CLAUDETE DE FREITAS BEZERRA HEREBIA

LEITURA, INTERPRETAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE ESTRUTURAS ADITIVAS.

UNIVERSIDADE CATÓLICA DOM BOSCO
Campo Grande – MS
2007

CLAUDETE DE FREITAS BEZERRA HEREBIA

LEITURA, INTERPRETAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE ESTRUTURAS ADITIVAS.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado em Educação da Universidade Católica Dom Bosco como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Educação.

Área de Concentração: Educação Escolar e Formação de Professores

Orientador (a): Profª. Drª. Leny Rodrigues Martins Teixeira.

UNIVERSIDADE CATÓLICA DOM BOSCO
Campo Grande – MS
2007

LEITURA, INTERPRETAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE ESTRUTURAS ADITIVAS.

CLAUDETE DE FREITAS BEZERRA HEREBIA

BANCA EXAMINADORA:

____

Profª. Drª. Leny Rodrigues Martins Teixeira

____

Profª. Drª. Helena Faria de Barros

____

Profª. Drª. Maria Lucia Faria Moro

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu esposo, Roberto Belarmino Herebia, que muito me incentivou e apoiou para que eu realizasse esse sonho.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por ter dado força e sabedoria para me guiar nos momentos mais difíceis dessa jornada.

Agradeço a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Especialmente gostaria de agradecer:

A minha orientadora, Profª Drª. Leny Rodrigues Martins Teixeira, por ter confiado que seria capaz de cumprir com todas as tarefas por ela proposta. Por muitas vezes cheguei a pensar que não daria conta, mas com ela aprendi a agir com rapidez ativando meus esquemas, para cumprir com essa árdua e gratificante tarefa.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação da UCDB pela gentileza e a boa vontade em nos transmitir mais esse grau de conhecimento. E a UCDB, que muito gentilmente colaborou com o apoio financeiro.

Aos meus filhos Renato e Paulo, ao meu esposo Roberto, aos meus pais Marcial e Estelita, à minha cunhada Eva e todos os demais familiares e amigos que souberam de uma maneira carinhosa respeitar a minha ausência e falta de dedicação durante esses dois anos e meio de estudos.

Aos meus especiais amigos professores de grupo de estudo Ivan Russef, Rosângela, Suzu, Marta, Neuza e Mary Lúcia que muito me incentivaram para o início do mestrado.

A todos o meu carinho e agradecimento.

RESUMO

A presente pesquisa, ligada à linha de pesquisa "Práticas pedagógicas e suas relações com a formação docente", teve como objetivo descrever e analisar o desempenho e as formas de solução de problemas matemáticos de estruturas aditivas de alunos do Ensino Fundamental, tendo em vista suas relações com a leitura e interpretação dos mesmos, como forma de identificar as relações matemáticas contidas nos problemas. Participaram desta pesquisa 40 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental de Campo Grande/MS, sendo 20 de uma escola municipal e 20 de uma escola particular. Os dados foram coletados mediante aplicação de uma prova com seis problemas, baseados nos seis tipos de relações de base de estruturas aditivas, descritas por G. Vergnaud. Os problemas foram organizados em três grupos, sendo um problema (P2) para o segundo tipo de relação (transformação de estados); dois problemas (P3 e P4) para o terceiro tipo de relação (comparação de estados) e três problemas (P1, P5 e P6) para o 4º tipo de relação (composição de duas transformações). Paralelamente à solução dos problemas foram coletadas informações a respeito da leitura e interpretação dos mesmos. Os resultados apontaram que: 1) na leitura dos problemas, os alunos decodificaram o texto dos mesmos, porém, no geral, não conseguiram traduzir a interpretação dos problemas usando a explanação verbal, o desenho e a sentença matemática; 2) os alunos interpretaram mais facilmente os problemas de transformações de estados e composição de duas transformações, evidenciado no seu desempenho, enquanto nos problemas de comparação de estados foi registrado o mais baixo desempenho entre os seis problemas pesquisados; 3) quanto às formas de soluções utilizadas, ficou evidenciado que os alunos conseguiram indicar facilmente as operações dos problemas de transformações de estados e composição de transformações, em que no próprio texto do problema havia um indício da operação, enquanto nos problemas de comparação de estados os alunos apresentaram as maiores dificuldades para indicar as formas de solução, o que indica uma leitura superficial, ou seja, cuja interpretação foi feita com base em indícios textuais e no aspecto linear do enunciado dos textos. Os resultados foram analisados conforme o referencial teórico sobre leitura e interpretação de textos, bem como da teoria dos campos conceituais, apontando-se a importância de enfocar as questões da leitura de textos no ensino de matemática, como forma de interpretar as relações de natureza matemática veiculada nos mesmos.

PALAVRAS-CHAVE: Leitura e interpretação, problemas de estrutura aditiva, ensino de matemática.

ABSTRACT

This research, attached to the search line "teaching practices and its relationship with the teacher training," aimed to describe and to analyze the performance and ways of solution of the problems of mathematical addition structures with pupils of the elementary school, related to their reading and their interpretation as a way to identify the relationships that is contained in the mathematical problems. 40 students participated in this search of the 4^{th} grade of elementary school in Campo Grande / MS, 20 students of a public school and 20 of a private school. Data were collected through application of a test with six problems, based on six types of relations the basic structures of additives, as it was described by G. Vergnaud. The problems were organized into three groups, one problem (P2) for the second type of relationship (transformation of states); two problems (P3 and P4) for the third type of relationship (comparison of states) and three problems (P1, P5 and P6) for the 4^{th} type of relationship (composition of two transformations). Parallel to solutions of the problems information about their reading and their interpretation was collected. The results showed that: 1) in the reading of the problems, the students had decoded the same text, but in general, they failed in translating the interpretation of the problems using the verbal explanation, the design and mathematical sentence, 2) students have interpreted more easily the problems of transformation of states and composition of two transformations, evidenced in its performance, while the problems of comparison of states were registered the lowest among the six performance problems searched, 3) on the ways for solutions, it was evident that students have easily accomplished to indicate these relationships in the processing problems of states and composition of transformations, where in the text of the problem was an indication of the operation, while the problems of comparing states students showed the greatest difficulties to indicate ways of solution, that indicates a superficial reading, or whose interpretation was based on textual evidence and the linear aspect of the statement of the texts. The results were analyzed according to the theoretical reference on reading and interpretation of texts, as well as the conceptual theory of fields, pointing to the importance of focus on the issues of the reading of texts in the teaching of mathematics, as a way to interpret the relations of mathematical nature in them.

KEYWORDS: Reading and interpretation, additive structure problems, Math teaching.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Número de acertos e erros relativos aos problemas 1 e 2 dos alunos da Escola Municipal e Particular.. 54
Tabela 2. Você entendeu os problemas?... 56
Tabela 3. É necessário ler os problemas novamente?..57
Tabela 4. Do que entendeu, você poderia desenhar ou escrever o que os problemas estão contando?..59
Tabela 5. Explica para mim o significado do que você desenhou.......................................60
Tabela 6. Você saberia me dizer qual (s) operação (s) poderia utilizar para resolver o problema 2?...65
Tabela 7. Acertos e erros dos alunos da Escola Municipal, diante de suas escolhas das operações para resolver o problema 2. 66
Tabela 8. Acertos e erros dos alunos da Escola Particular, diante de suas escolhas das operações para resolver o problema 2. 67
Tabela 9. Indique a sentença matemática para depois resolver o problema.........................68
Tabela 10. Você achou o problema difícil?...69
Tabela 11. Qual foi a sua maior dificuldade?...70
Tabela 12. Número de acertos e erros relativos aos problemas 3 e 4 dos alunos da Escola Municipal e Particular...72
Tabela 13. Você entendeu os problemas 3 e 4?..77
Tabela 14. É necessário ler os problemas novamente?..79
Tabela 15. Do que entendeu, você poderia desenhar ou escrever o que os problemas estão contando?..81
Tabela 16. Explica o significado do que você desenhou..83
Tabela 17. Você saberia me dizer qual (s) operação (s) poderia utilizar para resolver esses problemas?..89
Tabela 18. Acertos e erros dos alunos da Escola Municipal, mediante escolhas das operações que resolveriam o problema 3 e 4..90
Tabela 19. Acertos e erros dos alunos da Escola Particular, mediante escolhas das operações que resolveriam o problema 3 e 4.. 91

Tabela 20. Indique a sentença matemática para depois resolver o problema.......................93
Tabela 21. Você achou os problemas difíceis?..94
Tabela 22. Qual foi a sua maior dificuldade?..96
Tabela 23. Número de acertos e erros relativos aos problemas 1, 5 e 6 dos alunos da Escola Municipal e Particular..100
Tabela 24. Você entendeu os problemas 1, 5 e 6?..110
Tabela 25. É necessário ler os problemas novamente?..112
Tabela 26. É necessário ler os problemas novamente?..114
Tabela 27. Explica para mim o significado do que você desenhou...................................120
Tabela 28. Você saberia me dizer qual (s) operação (s) poderia utilizar para resolver esses problemas? 124
Tabela 29. Acertos e erros dos alunos da Escola Municipal, mediante escolhas das operações que resolveriam o problema 3 e 4... 124
Tabela 30. Acertos e erros dos alunos da Escola Particular, mediante escolhas das operações que resolveriam o problema 3 e 4..125
Tabela 31. Indique a sentença matemática para depois resolver os problemas..................126
Tabela 32. Você achou o problema difícil?...129
Tabela 33. Qual foi a sua maior dificuldade?..131
Tabela 34. Número de acertos e erros relativos aos seis problemas dos alunos da Escola Municipal e Particular............................ 134
Tabela 35. Você entendeu os problemas?..136
Tabela 36. É necessário ler os problemas novamente?..137
Tabela 37. Do que entendeu, você poderia desenhar ou escrever o que os problemas estão contando?..138
Tabela 38. Explica para mim o significado do que você desenhou...................................139
Tabela 39. Você saberia me dizer qual (s) operação (s) poderia utilizar para resolver esses problemas?...140
Tabela 40. Indique a sentença matemática para depois resolver o problema.....................142
Tabela 41. Você achou o problema difícil?...143
Tabela 42. Qual foi a sua maior dificuldade?..144

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1 – Roteiro de entrevista.

Anexo 2 - Problemas utilizados na Pesquisa.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I	
O processo de leitura e interpretação	7
1.1 Tipos de textos	14
1.2 Objetivos da leitura	16
1.3 Os problemas como textos matemáticos e seu uso no ensino	19
1.3.1. Natureza e aspectos envolvidos na leitura e interpretação dos textos de problemas matemáticos	22
CAPÍTULO II	
A Teoria dos Campos Conceituais	31
2.1 As seis relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas	38
CAPÍTULO III	
Objetivos e Metodologia da Pesquisa	45
3.1 Objetivo Geral	46
3.2 Objetivos Específicos	46
3.3 Metodologia	47
CAPÍTULO IV	
Descrição dos Resultados da Pesquisa	53
4.1 Problema 2: Transformação de estados	53
4.2 Problemas 3 e 4**:** comparação de estados	71
4.3 Problemas 1, 5 e 6: composição de duas transformações	101
4.4 Visão Geral dos Resultados	140
CAPÍTULO V	
Discussão dos Resultados da Pesquisa	151
Considerações Finais	162
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	176
ANEXOS	182

INTRODUÇÃO

Sabemos da importância do ensino da Matemática, para nosso conhecimento e para as relações que podemos estabelecer com nosso cotidiano. Temos a matemática presente em quase todas as atividades do nosso dia-a-dia. Porém, verificamos que o ensino desse conteúdo tem apresentado algumas dificuldades.

Carnoy e Marshall (2003), em pesquisas sobre o desempenho acadêmico com alunos de 3ª série, em matemática, na América Latina (dados qualitativos do Brasil, Chile e Cuba) mostram que as salas de aulas cubanas são mais "eficientes" que as chilenas e brasileiras, com relação ao tempo de transições e interrupções[1], apesar das condições físicas variarem pouco entre os países.

As escolas brasileiras são caracterizadas por um alto grau de liberdade para os alunos, enquanto, nas escolas chilenas, as aulas são centradas na professora e nas escolas cubanas pouquíssimas alunos se dirigem à professora.

Essa pesquisa aponta que no Brasil as aulas de matemática alcançaram uma média de 2,17: no Chile a média foi de 3,2 e em Cuba a média foi de 3,82, permitindo observar que os

[1] Transições e interrupções referem-se aos intervalos que ocorrem devido à mudança de atividade, à repreensão a um aluno ou a interrupções externas.

resultados entre o Chile e Cuba não atingiram diferenças tão significativas, enquanto o Brasil já apresentou um índice menor em proficiência matemática.

A constatação a respeito do baixo desempenho dos alunos em Matemática não é uma realidade vivenciada somente na América Latina. Nessa direção, Passos (2000) mostra que em 1990, o National Assessment of Education Progress (NAEP) – órgão americano responsável pela avaliação nacional - constatou uma grande porcentagem de estudantes americanos com nível de proficiência em Matemática abaixo do esperado em relação às suas idades.

No Brasil temos visto resultados de avaliações que mostram o baixo desempenho dos alunos em Matemática. Os resultados divulgados pela avaliação do SAEB[2] em 1995 mostraram que "70% dos alunos das séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio não sabiam resolver problemas matemáticos e somente a metade era capaz de formar juízo próprio sobre o que lia" (Passos 2000, p.44).

Já dos resultados do SAEB 2003, Araújo (2004) diz que o aprendizado em Matemática na educação básica está abaixo do que seria aceitável. Verificamos os alunos da 4ª série atingindo uma média nacional de 177 pontos, quando o padrão mínimo seria uma média de 200 pontos. Em todo o Brasil, pouco menos de 30% dos estudantes atingiram a média mínima.

Na análise da avaliação do SAEB 2003, verificou-se que no estágio muito crítico estão 11,5% dos estudantes da 4ª série; são alunos que obtiveram nota abaixo de 125 pontos.No estágio crítico encontram-se 40,1% do conjunto dos estudantes nas escolas brasileiras. Esses alunos resolvem problemas do cotidiano, que envolvem somente pequenas quantias de

[2] SAEB – Sistema Nacional de Avaliação do Ensino Básico é uma avaliação em larga escala, aplicada em amostras de alunos da 4ª e da 8ª séries do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, representativas do País e de todas as unidades da Federação, iniciada em 1991 e realizada a cada dois anos.

dinheiro. No estágio intermediário estão os estudantes que obtiveram escore entre 175 e 250 pontos.

Ainda nesta mesma avaliação, no que diz respeito à leitura, a média de desempenho foi de 169,4 pontos, o que indica uma melhora em relação a 2001; entretanto a competência de ler e interpretar textos vêm se revelando insuficiente na educação básica do País.

Conforme os estágios de avaliação, encontramos 18,7% dos estudantes brasileiros no estágio muito crítico. Suas habilidades de leitura estão muito aquém do mínimo satisfatório. No estágio crítico estão 36,7% dos alunos, que desenvolveram habilidades de leitura mais apropriadas para a 2ª série. Sua competência de leitura é muito básica, não são leitores de textos mais longos. Portanto encontramos cerca de 55% dos alunos brasileiros situados nos estágios muito crítico e crítico, matriculados na 4ª série do ensino fundamental.

A interpretação pedagógica das informações produzidas indica aos professores a necessidade de dedicar mais tempo à leitura em sala de aula. Para a geração de leitores competentes é preciso que todos leiam mais e adquiram a plena compreensão de escritos diversos. Uma boa escola é aquela em que seus docentes utilizam cotidianamente os livros didáticos e incentivam os estudantes a ler outros textos. “Para a reversão da qualidade de leitura no Brasil, faz-se fundamental criar o hábito e gosto, desde a mais tenra idade” (Araújo 2004, p.1).

Diante dessas constatações e da minha experiência como docente da escola pública e privada, venho observando há algum tempo a dificuldade que nossos alunos apresentam com relação à leitura e interpretação do texto de problemas de estruturas aditivas ao resolverem tais problemas. É muito comum diante das dificuldades na interpretação das relações do texto, com a escolha adequada das operações que possam resolver esses problemas, os alunos perguntarem: se a conta é "de mais ou de menos".

Dessa maneira procuramos saber se as dificuldades apresentadas pelos alunos têm relação com a compreensão dos textos dos problemas; com o domínio do vocabulário que os textos apresentam, com a interpretação das relações e as transformações apresentadas pelos textos dos problemas matemáticos.

Pozo (1998) afirma que para a compreensão de um problema matemático é necessário que o aluno que quer resolver esta tarefa, traduza as palavras ou o formato da apresentação do problema para símbolos e representações matemáticas. Ou seja:

> Compreender ou traduzir um problema matemático consiste em transformar a informação que consta nesse problema em termos matemáticos com os quais o aluno possa lidar. Portanto, compreender um problema não significa somente que o aluno possa compreender e compreenda a linguagem e as expressões através das quais a sua proposição é expressa ou que seja capaz de reconhecer os conceitos matemáticos aos que se faz referência (Pozo 1998, p. 53).

Sabemos das características próprias que a linguagem matemática apresenta; mas mesmo assim queremos acreditar que é possível haver uma maior integração entre a linguagem matemática e língua materna para que haja um melhor entendimento dos termos que representam significados diferentes nas duas linguagens.

Nesse sentido Granell (1998, p. 29), diz que:

> Os problemas matemáticos têm características muito diferentes dos "dilemas" reais. Um dos problemas mais importantes que o ensino de matemática tem de enfrentar reside na enorme dificuldade que, para alunos e alunas, representa o domínio da linguagem matemática. A explicação mais

> generalizada é que isso se deve ao fato de que tradicionalmente o ensino da matemática teve um caráter mais baseado na aplicação de regras que na compreensão do significado.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997, p.32) ao colocar-se o foco na resolução de problemas, o que se defende é uma proposta que poderia ser resumida nos seguintes princípios:

> • o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
> • o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
> • aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
> • o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
> • a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Diante dessas diretrizes, sobre as peculiaridades do ensino da matemática, propomo-nos nesta pesquisa, a realizar uma investigação sobre a leitura, a interpretação e a resolução de problemas buscando identificar as relações matemáticas contidas nos mesmos. Para realizarmos a pesquisa, nos preocupamos em descrever e analisar o desempenho e as formas de solução de problemas de estruturas aditivas de alunos de uma escola pública municipal e uma escola particular da 4ª série do ensino fundamental.

Para tanto o trabalho foi organizado em capítulos, conforme descrito a seguir.

No primeiro capítulo apresentamos uma visão geral da leitura num contexto da lingüística e também numa visão da leitura dos problemas como textos matemáticos.

No segundo capítulo abordamos a teoria dos campos conceituais de Gerard Vergnaud, que é uma teoria psicológica sobre a cognição e a elaboração de conceitos. Não é uma teoria específica da Matemática, embora inicialmente tenha sido elaborada para explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço e da álgebra.

No terceiro capítulo apresentamos os objetivos e a metodologia por nós utilizada para o desenvolvimento da pesquisa.

Apresentamos no quarto capítulo os resultados da pesquisa, mostrando os dados em tabelas e comentários a respeito do que pareceu mais relevante.

Finalmente no quinto capítulo apresentamos a análise dos dados, onde procuramos relacionar os objetivos com os resultados da pesquisa, seguido das considerações finais.

CAPÍTULO I

O PROCESSO DE LEITURA E INTERPRETAÇÃO: O TEXTO DOS PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

Segundo Naspolini, (1996, p.25) “*Ler é o processo de construir significado a partir do texto”.* A leitura possui dois componentes importantes que são o “significado” e a “significação”. Significado define “aquilo que é representado por um texto; é o que o autor quis dizer mediante o uso de uma seqüência específica de signos; é o que os signos representam”. “Significação”, por outro lado, “designa uma relação entre aquele significado e uma pessoa, ou uma concepção, ou uma situação, ou qualquer outra coisa imaginável” (Hirsch, 1967, p. 8).

O processo de leitura é o mesmo para todas as línguas escritas. O que difere é a maneira como cada leitor faz sua interpretação. Cabe notar que a leitura que não surge de uma necessidade para chegar a um propósito não é propriamente leitura. “Quando lemos porque outra pessoa nos manda ler, como acontece freqüentemente na escola, estamos apenas exercendo atividades mecânicas que pouco têm a ver com significado e sentido” (Kleiman, 1999, p.35). Sendo assim para que o leitor tenha um melhor entendimento do que lê, deverá apresentar um interesse e ter uma certa flexibilidade diante do que lê, para uma melhor compreensão do texto. Goodmann (1987, p.14), a esse respeito, diz:

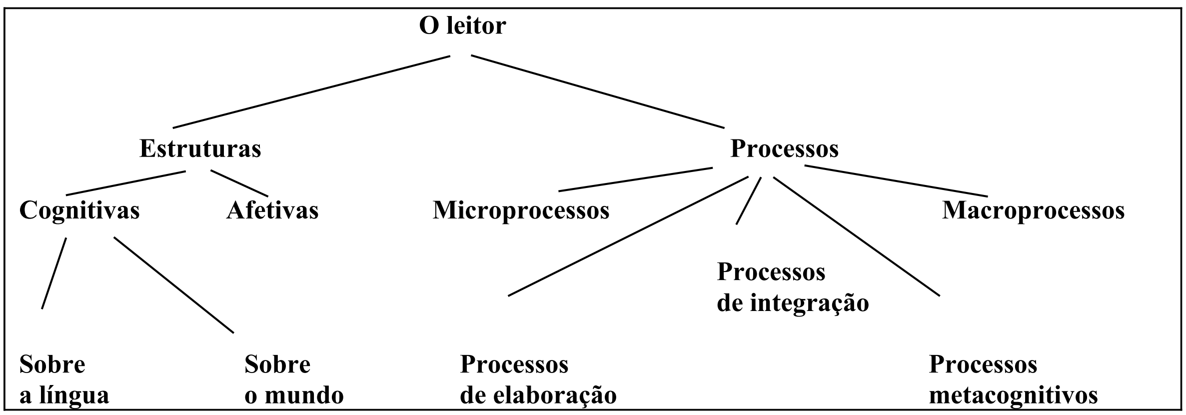
> ... Ainda que precise haver flexibilidade na leitura, o processo tem características essenciais que não podem variar. Deve começar com um texto com alguma forma gráfica; o texto deve ser produzido como linguagem, e o processo deve terminar com a construção de significado. Sem significado não há leitura, e os leitores não podem obter significado sem utilizar o processo.

Nessa mesma direção podemos acrescentar o pensamento de Paulo Freire (1987, p.11 e 12), afirmando que “a leitura do mundo precede a leitura da palavra. A compreensão do texto a ser alcançada por sua leitura crítica implica a percepção das relações entre o texto e o contexto”.

Uma leitura será adequada desde que haja uma interação entre o leitor e o autor. Para que isso ocorra necessitará de um certo conhecimento dos elementos textuais por parte do leitor, uma cultura social, um conhecimento prévio, um controle lingüístico, as atitudes e os esquemas conceituais. Nessa direção, Goodmann (1987, p.15) diz que: “toda leitura é interpretação, e o que o leitor é capaz de compreender e de aprender através da leitura depende fortemente daquilo que o leitor conhece e acredita a priori, ou seja, antes da leitura*”*.

Para Colomer (2001, p. 127)... “ler é um ato interpretativo, o qual consiste em saber guiar uma série de raciocínios para a construção de uma interpretação da mensagem escrita, a partir da informação proporcionada pelo texto e dos conhecimentos do leitor”.

Para descrever os aspectos envolvidos no processo de leitura, Colomer (2001. p. 128 e 129) apresenta um esquema formulado por Irwin (em obra de 1986), no qual descreve os conhecimentos e processos envolvidos no ato da leitura.



(Colomer, 2001, p. 129)

As estruturas referem-se às características do leitor e os processos às atividades cognitivas realizadas na leitura. Tais estruturas e processos envolvidos na leitura são descritos por Irwin (apud Colomer, 2001) e são resumidos a seguir.

> As **estruturas são de natureza cognitiva e afetiva.** As estruturas cognitivas referem-se aos conhecimentos sobre a língua (fonológicos, sintáticos, semânticos, pragmáticos) e aos conhecimentos sobre o mundo, organizados em forma de esquemas mentais; as **afetivas** incluem a atitude do leitor diante da leitura e seus interesses concretos diante de um texto. Sua auto-imagem como leitor, sua capacidade de arriscar-se ou seu medo do fracasso, etc. são aspectos envolvidos em qualquer leitura.
>
> **Os processos envolvem**:
>
> - microprocessos referentes à compreensão da informação contida em uma frase e inclui o reconhecimento das palavras, a leitura agrupada por sintagmas e microsseleção da informação a ser retida;

- processos de integração que se destinam a enlaçar as frases ou as proposições e incluem a utilização dos referenciais e dos conectores, assim como as inferências baseadas no texto e nos conhecimentos do leitor sem afastar-se do texto;
- macroprocessos orientados para a compreensão global do texto, para as relações entre as idéias que o transformam em um todo coerente. Incluem a identificação das idéias principais, o resumo e a utilização da estrutura textual;
- processos de elaboração que levam o leitor para além do texto, pelas inferências e pelos raciocínios não previstos pelo autor. Aqui são situadas as previsões, a construção de imagens mentais, a resposta afetiva, a integração da informação com os conhecimentos do leitor e o raciocínio crítico;
- processos metacognitivos que controlam a compreensão obtida e permitem o ajuste ao texto e à situação de leitura. Incluem a identificação da perda de compreensão e sua reparação.

Para que esses processos tragam bons resultados durante a leitura, é importante que os professores estabeleçam com os alunos a comparação e a distinção entre os conhecimentos próprios e a informação do texto. Assim Colomer (2001, p.130) propõe as seguintes rotinas de intervenção:

1. Estimular a explicação de conhecimentos pertinentes.
2. Ajudar a organizá-los agrupando-os por subtemas, perguntas suscitadas, etc.
3. Levar cada subtema proposto à leitura do texto, constatando se obtiveram mais informação ou resposta.

Quando estamos diante de um texto, temos apenas o escrito e a nossa própria leitura, não temos a participação do autor para esclarecer os possíveis desentendimentos do mesmo. Por isso, conforme Naspolini (1996, p.28),

> Quando alguém lê algo, inicia aplicando um determinado esquema, alterando-o ou confirmando-o, ou ainda, tornando-o mais claro e exato. Assim, duas pessoas que estão lendo o mesmo texto podem entender mensagens diferentes, porque seus esquemas cognitivos são diferentes, ou

> seja, as capacidades já internalizadas e o conhecimento de mundo de cada uma são específicos.

Para tanto é importante que, em cada situação o leitor possa mobilizar seus **esquemas cognitivos**, de maneira a estabelecer ligações com o que já se possui de conhecimento, buscando novas informações para que venha a criar formas de entendimento na leitura, fazendo com que a leitura torne-se interessante e com significado. E esse significado pode estar relacionado com a intenção do autor ou com os significados do texto. O significado diz respeito à consciência, e não a palavra: “uma seqüência de palavras nada significa em particular até que alguém ou queira dizer algo com ela ou entenda algo a partir dela. Não existe uma terra mágica de significados fora da consciência humana” (Hirsch, 1967, p. 4). Podemos dizer então que a interpretação considerada válida é aquela definida pela “melhor leitura”. Nesse sentido Stout (1982, p. 7) diz:

> O que importa é que uma leitura nos diga algo interessante sobre o texto que se está examinando. [...] Julgarmos verdadeira uma leitura dependerá da qualidade do conhecimento, do poder de persuasão e de nossa própria habilidade de avaliação. Julgarmos interessante uma leitura muitas vezes dependerá da medida em que partilhamos, ou possamos ser persuadidos a partilhar, dos interesses e propósitos do intérprete.

O processo de leitura emprega uma série de estratégias, entre elas temos **a seleção** que é um indicativo que leva o leitor a um maior e melhor entendimento do texto. Se o leitor procura a compreensão de todo o texto, muitas vezes o aparelho perceptivo fica sobrecarregado de informações desnecessárias e assim o entendimento pode não ocorrer satisfatoriamente. Nessa direção Goodmann (1987, p.17) chama a atenção para o fato de que, *"o leitor pode eleger somente os índices mais produtivos, em função de estratégias baseadas em esquemas que desenvolve pelas características do texto e significado".*

Em função da sua vivência, o leitor poderá criar estratégias de **antecipação**, ou seja, tentar imaginar as possíveis situações que ocorrerão durante a leitura, e assim dar o sentido exato do texto ou por vezes se afastar do seu verdadeiro sentido. Isso só é possível diante do seu conhecimento conceitual e lingüístico conforme os esquemas que o leitor já possua.

Fazendo parte também das estratégias de leitura temos a **inferência**, que é a possibilidade que o leitor tem de tirar conclusões antecipadas da leitura, é muito útil para identificar as idéias implícitas ou explícitas que podem constar no texto. O leitor, utilizando desse recurso, poderá identificar as preferências do autor, antecipar algum fato que possa constar na seqüência do texto, ou mesmo identificar o que o texto queria dizer em caso de erros de imprensa. Sendo assim a inferência é um bom recurso para melhorar o entendimento da leitura.

O leitor também poderá criar **hipóteses** sobre o texto durante a leitura. Essas hipóteses se relacionam com os objetivos estabelecidos pelo leitor para confirmar suas expectativas a respeito do mesmo. Para Kleiman (1999, p.36), "as hipóteses do leitor fazem com que certos aspectos do processamento, essenciais à compreensão, se tornem possíveis, tais como o reconhecimento global e instantâneo de palavras e frases relacionadas ao tópico" [...].

A leitura é um processo cíclico que se inicia com um olhar, uma percepção, uma compreensão gramatical e termina com o significado. Para que o leitor atinja esse significado é necessário procurar durante a leitura argumentos que possam auxiliá-lo na melhor compreensão do texto, utilizando informações preliminares que venham esclarecer as possíveis dúvidas que ocorram quando não se atinge o significado do texto. Devemos ter um olhar atento no texto para que não fiquemos somente direcionados para a conclusão do mesmo, pois assim poderemos acrescentar novas informações e dar mais sentido à leitura. Conforme Goodmann (1987, p. 20):

> No decorrer da leitura de um texto, e inclusive logo após a leitura, o leitor está continuamente reavaliando o significado e reconstruindo-o, na medida em que obtém novas percepções. A leitura é, pois, um processo dinâmico muito ativo. Os leitores utilizam todos os seus esquemas conceituais quando tratam de compreender.

O significado de um texto escrito envolve a "compreensão de frases e sentenças, de argumentos, de provas formais e informais, de objetivos, de intenções, muitas vezes de ações e de motivações, isto é, abrangem muitas das possíveis dimensões do ato de compreender" (Kleiman, 1999, p.10).

Compreender um texto ou um livro demanda muitas questões; ou seja, o leitor poderá fazer perguntas enquanto lê. O leitor só compreenderá verdadeiramente o que leu se conseguir responder aquelas perguntas elaboradas durante a leitura. Para isso o leitor faz previsões, tentando direcionar melhor suas questões. Somente quando o sentido dessa previsão é alcançado, é que podemos dizer que houve uma compreensão da leitura. Nessa direção Smith (1999, p.112) diz que:

> Existem muitos tipos diferentes de texto e finalidades muito diferentes na leitura. Um dos aspectos da leitura que todos têm em comum é que perguntas são feitas sobre o texto. A compreensão ocorre quando são encontradas as respostas para essas perguntas. A habilidade de fazer perguntas relevantes e de saber onde encontrar as respostas no texto depende do conhecimento, do tipo de material envolvido, e da finalidade específica da leitura. Nada disto

> pode ser ensinado explicitamente, mas é desenvolvido com a prática da leitura.

É importante destacar que os professores precisam estimular os alunos para essas práticas da leitura, ensinando-os a utilizar a biblioteca da escola, levando livros, revistas ou jornais para a sala de aula, proporcionando por meio dessas leituras discussões entre os alunos, fazendo da discussão um meio para melhor fixar a compreensão do que foi lido.

Do que foi colocado até aqui, depreende-se que não podemos entender a leitura, como aponta Colomer (2001), apenas como um processo centrado em habilidades de decodificação, mas como uma habilidade interpretativa que se desenvolve ao longo da escolaridade e mesmo além. No entanto, sabemos também que a decodificação é a primeira etapa da leitura do texto escrito, pois sem os conhecimentos fonológicos, sintáticos e semânticos sobre a língua não é possível ler.

1.1 TIPOS DE TEXTOS

Solé (1998) considera que a leitura na escola não deve se limitar a um ou dois tipos de textos. Alguns textos são mais adequados que outros para determinados propósitos de leitura – assim como para determinadas finalidades de escrita – e que as estratégias que utilizamos para ler se diversificam e adaptam em função do texto que queremos abordar.

Os tipos de textos também são chamados de "superestruturas", como descreve Van Dijk (apud Solé 1983, p. 142):

> Denominaremos superestruturas as estruturas globais que caracterizam o tipo de texto. Portanto, uma estrutura narrativa é uma superestrutura, independentemente do *conteúdo* (isto é, da macroestrutura) da narração, ainda que vejamos que as superestruturas impõem certas limitações ao conteúdo do texto.

Estes tipos de texto ou superestruturas funcionam como esquemas de interpretação para o leitor. Na medida em que o leitor inicia a leitura começará fazendo inferências para melhor compreendê-lo.

Adam (1985, p. 85**),** baseando-se nos trabalhos de Bronckart e Van Dijk, propõe a seguinte classificação de textos:

1. **Narrativo**. Texto que pressupõe um desenvolvimento cronológico e que aspira explicar alguns acontecimentos em uma determinada ordem. Alguns textos narrativos seguem uma organização: estado inicial/ complicação/ação/resolução/estado final, como parece ser o caso também dos textos de problemas matemáticos. Outros introduzem uma estrutura dialogal dentro da estrutura narrativa. Exemplos: conto, lenda, romance...
2. **Descritivo**. Sua intenção é descrever um objeto ou fenômeno, mediante comparações e outras técnicas. Adam ressalta que este tipo de texto é freqüente tanto na literatura quando nos dicionários, os guias turísticos, os inventários etc. Também é freqüente nos livros de texto.
3. **Expositivo**. Relacionado à análise e síntese de representações de representações conceituais, o texto expositivo explica determinados fenômenos ou proporciona informações sobre estes. Os livros de texto e os manuais utilizam-nos profusamente.

4. **Instrutivo-indutivo**. Adam agrupa nesta categoria os textos cuja pretensão é a de induzir à ação do leitor: palavras de ordem, instruções de montagem ou de uso etc.

Adam (1985) ainda acrescenta os textos que tratam de ***previsões*** (baseados nas profecias*:* boletins meteorológicos, horóscopos...), os ***conversacionais*** (ou dialogais) e o tipo ***semiótico*** (que agrupa a canção, a poesia, a prosa poética, o *slogan*, a oração religiosa, o provérbio, o *grafitti,* textos que jogam com a brevidade, o ritmo e a íntima relação entre o conteúdo e sua expressão).

Cooper (1990) considera que as superestruturas se distinguem em dois tipos básicos de texto: os narrativos e os expositivos. Os textos expositivos não apresentam apenas uma organização, sendo classificados como: *descritivo; agrupador; causal; esclarecedor e comparativo.*

Existem diferentes tipos de textos e, para que sua compreensão seja facilitada, necessita-se o contato com essa diversidade a fim de que o aprendiz tenha uma visão ampliada das formas como esses textos se apresentam.

1.2 OBJETIVOS DA LEITURA

Cada leitor terá um objetivo ao ler um texto e, para tanto, poderá fazê-lo por prazer, por necessidade, por indicação de outrem ou por escolha própria. Neste sentido Solé (1980, p. 93) afirma que “estes objetivos ou finalidades não são apresentados em ordem hierárquica: *todos* devem ser considerados nas situações de ensino”. Conforme a autora, podemos relacionar alguns dos objetivos, que poderemos buscar em uma leitura:

- **Ler para obter uma informação precisa**

É a leitura que realizamos quando pretendemos localizar algum dado que nos interessa, como por exemplo: a de um número telefônico em uma lista.

- **Ler para seguir instruções**

A leitura é um meio que deve nos permitir fazer algo concreto: ler instruções de um jogo, as regras de uso de um determinado aparelho, etc.

- **Ler para obter uma informação de caráter geral**

Esta é a leitura que fazemos quando queremos "saber de que trata" um texto, "saber o que acontece", ver se interessa continuar lendo...Quando lemos para obter uma informação geral, não somos pressionados por uma busca concreta, nem precisamos saber detalhadamente o que diz o texto, é suficiente ter uma impressão com as idéias mais gerais.

- **Ler para aprender**

Quando lemos para aprender, as estratégias responsáveis por uma leitura eficaz e controlada atualizam-se de forma integrada e consciente, permitindo a elaboração de significados que caracterizam a aprendizagem.

- **Ler para revisar um escrito próprio**

Este é um tipo de leitura muito habitual em determinados grupos – aqueles que utilizam a escrita como instrumento de seu trabalho - embora seja muito restrito fora deles. É uma leitura crítica, útil, que nos ajuda a aprender a escrever e em que os componentes metacompreesivos tornam-se muito evidentes.

- **Ler por prazer**

Neste caso, o leitor poderá reler um parágrafo ou mesmo um livro inteiro tantas vezes quantas forem necessárias; poderá saltear capítulos e voltar a eles mais tarde. O que importa, quando se trata deste objetivo, é a experiência emocional desencadeada pela leitura.

- **Ler para comunicar um texto a um auditório**

Neste tipo de leitura, os aspectos formais são muito importantes; por isso, um leitor experiente *nunca lerá em voz alta um texto para o qual não disponha de uma compreensão*, ou seja, um texto que não tiver lido previamente, ou para o qual não dispuser de conhecimentos suficientes.

- **Ler para praticar a leitura em voz alta**

Na escola este objetivo preside com grande freqüência as atividades de ensino de leitura, às vezes mesmo com exclusividade. Pretende-se que os alunos leiam com clareza, rapidez, fluência e correção, pronunciando adequadamente, respeitando as normas de pontuação e com a entoação requerida.

- **Ler para verificar o que se compreendeu**

Ainda que quando enfrentamos um texto tenhamos algum propósito, este pode implicar a compreensão total ou parcial do texto lido. Um uso escolar da leitura, muito freqüente, consiste em que alunos e alunas devam dar conta da sua compreensão, respondendo a perguntas sobre o texto ou recapitulando-o através de qualquer outra técnica. Parece-nos que os textos de resolução de problemas em Matemática cumprem esta finalidade, tendo em vista que nesses problemas, apresentamos, no geral, uma situação para a qual pede-se uma solução. Por sua vez a solução ou resposta depende da compreensão de alguma teoria, princípio ou propriedade que possa ser aplicada àquela situação.

Portanto, diante da exposição desses objetivos, podemos concluir que a leitura terá uma finalidade específica para cada caso e, mais uma vez, lembrar que cabe a todos os professores incentivar os alunos para que eles possam adquirir autonomia em cada leitura escolhida.

No caso dos problemas matemáticos, cabe analisar qual é a natureza do texto que os apresenta para tornar mais claro o seu uso no ensino, identificando as dificuldades que eles apresentam para os alunos em diferentes níveis.

1.3 OS PROBLEMAS COMO TEXTOS MATEMÁTICOS E SEU USO NO ENSINO

Quando pensamos nos textos matemáticos nos ocorre imediatamente a lembrança da sala de aula. Lembrança essa que nos liga aos momentos em que temos que desenvolver, com nossos alunos, atividades que demandam leituras que envolvam situações em que o aluno determinaria uma estratégia de resolução. Comumente essa dificuldade acontece com os textos dos problemas matemáticos que necessitam da escolha de uma operação para respondê-lo. Presenciamos freqüentemente os alunos questionando: “qual é a operação que deveria usar para responder esse problema?”

Vemos no histórico traçado por Onuchic (1999) que a resolução de problemas faz parte do ensino da Matemática desde a Antiguidade, pois são encontrados registros a respeito na história antiga egípcia, chinesa e grega.

As experiências mais significativas sobre o assunto, de 1896 e 1904, podem ser creditadas a Dewey, nas quais as crianças estudavam através de projetos que reproduziam as situações socioeconômicas (estudo/resolução de problemas de interesse da comunidade).

Já para o nível superior, resolução de problemas é assunto só tratado a partir de 1945, após o lançamento do livro de Polya *"How to solve it"*.

No Brasil, como em outros países, nas décadas de 60/70, o movimento da matemática moderna trouxe uma nova forma de ensino, cuja característica estava centrada no aspecto lógico da matemática, dando muita importância à linguagem matemática propriamente dita, conforme está relatado nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

> O ensino passou a ter preocupações excessivas com abstrações internas à própria Matemática mais voltadas à teoria do que à prática. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, foi introduzida com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de uma terminologia interminável comprometia o ensino do cálculo, da geometria e das medidas.
>
> No Brasil, a Matemática Moderna foi veiculada principalmente pelos livros didáticos e teve grande influência. O movimento da Matemática Moderna teve seu refluxo a partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas na sua implantação (Brasil, 1997, p. 20).

A partir da constatação das inadequações desse tipo de ensino, em 1980 o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) nos Estados Unidos, apresentou recomendações na Agenda para Ação, onde foi destacada a importância do ensino da matemática por meio de resolução de problemas.

Esse documento da NCTM teve uma influência nas reformas do ensino da matemática que ocorreram mundialmente. As propostas apresentadas a partir de 1980/1995, por diversos países têm pontos de convergência, conforme são citadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> • direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
> • importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
> • ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
> • importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
> • necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação (Brasil, 1997, p.21).

Embora no Brasil, essas idéias também tenham sido discutidas; ainda assim, a nosso ver, é comum encontrar escolas ou professores dando ênfase à teoria dos conjuntos, nas séries iniciais e um grande volume de álgebra nas séries finais.

Os PCN (Brasil, 1997) mostram que, na avaliação feita em 1995 para identificar os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática, com alunos de quarta e oitava séries, as maiores dificuldades apresentadas por esses alunos estavam na aplicação de conceitos matemáticos e resolução de problemas.

No geral, presenciamos com certa freqüência uma grande dificuldade na interpretação dos problemas matemáticos, pois normalmente os alunos fazem a leitura e apresentam muitos embaraços para estabelecer relações pertinentes entre o que leram e as estratégias para resolver os problemas.

1.3.1 Natureza e aspectos envolvidos na leitura e interpretação dos textos de problemas matemáticos

> **"Compreender um texto é uma tarefa difícil, que envolve interpretação, decodificação, análise, seleção, antecipação e autocorreção".**
>
> **(Kátia C. S. Smole e Maria Ignez Diniz, 2001, p.70)**

Ler para interpretar um texto matemático demanda:

- Identificar preliminarmente o texto;
- Identificar as relações matemáticas envolvidas no texto;
- Identificar as operações que representam as possíveis formas de solução;
- Identificar a seqüência adequada de execução das operações;
- Executar adequadamente as operações.

O texto matemático é um texto narrativo que possui características especiais, isso porque demanda uma compreensão do leitor. Esta ocorrerá diante da mobilização dos seus esquemas cognitivos, para que, desse modo, possa interpretar as relações que são apresentadas no texto do problema. Segundo Vergnaud (1993), esses esquemas fazem parte do repertório que o aluno dispõe no momento do seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias para o tratamento necessário daquela situação que se apresenta. Assim, poderá estabelecer as relações necessárias para tratar o problema matemático que necessariamente o levará a novas escolhas das formas de solução para melhor resolvê-lo.

Nesse sentido Smole e Diniz (2001, p. 71), afirmam que:

> [...] para interpretar um texto matemático, o leitor precisa familiarizar-se com a linguagem e os símbolos próprios desse componente curricular, encontrando sentido no que lê, compreendendo o significado das formas escritas que são inerentes ao texto matemático, percebendo como ele se articula e expressa conhecimentos.
> Formar um leitor não é uma tarefa simples e envolve uma série de processos cognitivos, e por que não dizer afetivos e sociais, que permitirão uma aprendizagem mais ou menos significativa, dependendo de quanto o professor valoriza as leituras nas aulas de matemática.

Como vimos, Colomer (2001) afirma que o leitor apresenta estruturas de natureza cognitivas e afetivas. As estruturas cognitivas referem-se ao terreno dos conhecimentos sobre a língua e os conhecimentos sobre o mundo. Desse modo o leitor só entenderá um texto a partir do conhecimento adequado dos seus termos e das relações postas no mesmo. Em outras palavras, a leitura de problemas depende de como os conhecimentos matemáticos envolvidos no problema foram assimilados pelos alunos, traduzidos na sua capacidade de inferir sobre o mesmo, na sua facilidade ou dificuldade de entendimento. Por sua vez as estruturas afetivas estão relacionadas com as afinidades que o leitor estabelece com o texto. Nesse caso vemos muitas barreiras para a leitura, oriundas dos insucessos que os alunos experimentaram em situações anteriores, condicionando a sua vontade de arriscar sobre o texto sem medo de fracassar.

Tais estruturas são mobilizadas para a leitura por meio de vários processos. Para tanto o leitor deverá compreender os microprocessos, que é sua capacidade que o leitor possui de reconhecer as palavras e selecionar as informações importantes para sua interpretação, sem se afastar da proposta do texto. A partir da compreensão dos microprocessos, o leitor terá uma visão dos macroprocessos, o que o levará a entender o todo textual identificando suas principais idéias fazendo com que as relações entre as idéias se transformem em um todo coerente.

Colomer (2001), ainda cita os processos de elaboração que podem levar o leitor a fazer previsões baseadas nos seus conhecimentos e no seu raciocínio lógico. Finalmente há os processos metacognitivos que são capazes de controlar a compreensão e até mesmo de reparar sua ausência.

Verificamos muitas vezes que certos termos da linguagem cotidiana, quando utilizados nos textos matemáticos assumem significados diferentes para o entendimento da criança, sendo provavelmente um fator que contribui para distanciar o entendimento dos textos matemáticos.

Podemos verificar esse fato quando encontramos, por exemplo, a frase "tenho 5 anos a mais": na visão da criança, e pela própria sugestão da palavra "a mais", leva-a a pensar que deverá somar, uma vez que esta palavra sugere acréscimo, enquanto na realidade para se descobrir a idade devemos subtrair.

Nessa direção podemos ver no exemplo dado por Vergnaud (1985, pág. 8):

> "Robert acaba de ganhar 4 bolas de gude, tem agora 9, quantas tinha antes de jogar?"
> Certas crianças de 7 ou 8 anos não vêem porque se fará uma subtração quando Robert acaba de ganhar bolas de gude (porque ganhar é associado a idéia de adição); é necessário também entender em seu conjunto a relação entre os três termos para compreender que é necessário subtrair.

Em outras palavras, conforme Vergnaud (1985) o aluno deverá entender que existe um estado final conhecido, que sofrerá uma transformação (subtrair 4) para se chegar ao estado inicial.

Outra dificuldade comumente observada nos textos matemáticos está relacionada com o entendimento das relações de comparação. Parece muito difícil para um aluno entender o significado de uma comparação dada: $a < b < c$ e ainda concluir que $a < c$; seria menos difícil se esta mesma relação fosse dada de maneira contextualizada, onde a criança pudesse vivenciar essa mesma relação de forma real como, por exemplo: Paulo < João < Pedro, talvez assim concluísse que Paulo < Pedro.

Devemos pensar que para melhorar essas relações entre a compreensão da linguagem do texto matemático e as transformações necessárias para seu desenvolvimento, é necessário fazer das aulas de matemática um ambiente apropriado para a leitura; e essa leitura deve ser diversificada e com opções de diferentes textos que proporcionem um maior acesso a situações de conhecimento de termos matemáticos que levem os alunos a tornarem-se mais autônomos na medida que um novo texto for colocado para uma avaliação.

Para uma boa compreensão dos problemas matemáticos temos que ter em mente que o aluno deverá apresentar uma certa familiaridade com seus textos, procurando criar formas de reconhecimento da linguagem materna de forma articulada com a linguagem matemática. Desse modo, provavelmente ele não criará vícios como a procura de palavras-chave que indique qual a operação adequada para resolver este ou aquele problema. Nesse sentido Vergnaud (1985, p. 6) chama nossa atenção para o fato de que:

> Os problemas são sempre apresentados com a ajuda parcial senão total da linguagem natural, e as crianças são levadas a acompanhar o processo de resolução no qual elas são engajadas pelas múltiplas atividades de linguagem que concernem à extração de informações pertinentes, ao raciocínio e à escolha das operações, à contagem, à argumentação com os outros alunos e com o professor.

Mesmo sabendo dos cuidados que nós professores devemos ter com a leitura e com as propostas das tarefas dos problemas matemáticos, devemos reconhecer que a matemática apresenta uma linguagem específica e universal. Mas, apesar disso, temos vivenciado a "dicotomia *Matemática Escolar* e *Matemática do dia-a-dia*, ainda resistente e persistindo em manterem-se nos currículos escolares" (Corrêa, 2005, p.93). Nessa direção D'Ambrosio (1993, p. 7), enfatiza:

> Não encontraremos no cotidiano de todos os povos e de todas as culturas, atividades que não envolvam alguma forma de matemática, mas não necessariamente aquela matemática que está nos currículos escolares e que é ensinada na sala de aula.

A matemática, muitas vezes, é responsável pela seleção - em "filtro" - impedindo que as pessoas atinjam níveis mais avançados de estudos ou trabalhos mais bem remunerados, em detrimento das dificuldades apresentadas nas seleções, por ela provocada.

Ernest (apud Corrêa, 2000, p. 9 – 11) afirma que, "se a imagem da Matemática é considerada um obstáculo quase intransponível a muitas carreiras e impede a total participação na moderna sociedade democrática, então essa imagem é um grande mal social". Ernest ainda chama a atenção para a questão de tornar a matemática mais humana e para que isso ocorra é necessário voltar à atenção para a linguagem matemática e desvelar seus aspectos coercitivos.

Nessa direção, Granell (1998, p. 23) apresenta algumas características sobre a aquisição do conhecimento matemático e, mais especificamente, sobre o domínio da linguagem formal própria da matemática:

> a) existe um pensamento matemático cotidiano cujas características são muito diferentes tanto do conhecimento científico como do escolar;
>
> b) A aquisição do conhecimento e da linguagem matemática formal só ocorre graças à escolarização e à instrução intencional:
>
> c) no processo de ensino e aprendizagem desse conhecimento formal, os processos intuitivos próprios do pensamento cotidiano desempenham um

> papel constitutivo essencial, assim como ocorre no processo de construção científica.
> Se forem deixados de lado, corre-se o risco de transmitir, como vem sucedendo na escola atualmente, um conhecimento esclerosado e mecânico, muito distanciado do verdadeiro conhecimento matemático.

Para que o conhecimento da linguagem matemática ocorra de forma satisfatória, devemos ter a clareza de que temos que propiciar aos nossos alunos formas de entendimento por meio da leitura, para que assim possam adquirir o domínio da linguagem presente em cada texto. Sobre essa questão, Smole e Diniz (2001, p. 69) afirmam que:

> Em qualquer área do conhecimento, a leitura deve possibilitar a compreensão de diferentes linguagens, de modo que os alunos adquiram uma certa autonomia no processo de aprender. Em uma situação de aprendizagem significativa, a leitura é reflexiva e exige que o leitor se posicione diante de novas informações, buscando, a partir da leitura, novas compreensões.

Sendo assim, é de fundamental importância que a leitura dos textos dos problemas matemáticos seja carregada de significados e que possa trazer formas de entendimento sem haver a necessidade de se criar mecanismos de compreensão. Ou seja, que disponibilizemos ao aluno várias situações em que tenha acesso a diversificados vocabulários para que desse modo possa adquirir com a leitura a autonomia de decifrar as informações que estão inseridas nos problemas.

Mesmo sendo uma temática que há muito vem sendo tratada no ensino da Matemática, a resolução de problemas, até bem recentemente, foi ensinada a partir de um modelo dado pelo professor, a partir desse modelo, os alunos passavam a resolver listas de problemas que fossem semelhantes ou que pudessem ser usadas as mesmas estratégias do modelo. Ou seja, não demandaria nenhum trabalho de raciocínio, questionamento ou avaliação, para que os alunos conseguissem resolver esses problemas. Nessa direção Pozo (1998, p. 22), coloca que,

> Certamente é desnecessário afirmar que é impossível resolver uma tarefa sem uma compreensão prévia da mesma, porém compreender um problema não significa somente compreender as palavras, a linguagem e os símbolos com os quais ele é apresentado, mas também assumir a situação desse problema e adquirir uma disposição para buscar a solução. Compreender um problema implica dar-se conta das dificuldades e obstáculos apresentados por uma tarefa e ter vontade de tentar superá-la.

A leitura de problemas matemáticos que, muitas vezes trazem dificuldades na sua resolução, tem ligação com a pouca compreensão das relações proposta no problema. Segundo Smole e Diniz, (2001, p. 71)

> Há muitas maneiras de cuidarmos da leitura em aulas de matemática e de variarmos seus objetivos. Os textos a serem lidos precisam ser adequados aos objetivos que o professor pretende alcançar e diversificados – problemas, textos de livros variados, textos de jornais, regras de jogos – a fim de que a leitura seja significativa para os alunos, correspondendo a uma finalidade que eles compreendam.

A leitura é responsável pelo entendimento de todos os conteúdos das disciplinas escolares e também fora do contexto da escola. Porém, muitas vezes associamos as dificuldades dos alunos, na leitura e interpretação dos textos matemáticos, com a pouca habilidade que os mesmos apresentam na leitura da língua materna. Nessa direção Machado (1990, p.15) considera que:

> Mesmo no tempo em que se dizia que as pessoas iam à escola para aprender a "ler, escrever e contar", o ensino da Matemática e o da Língua Materna nunca se articularam para uma ação conjunta, nunca explicitaram senão relações triviais de interdependência. É como se as duas disciplinas, apesar da longa convivência sob o mesmo teto – a escola –, permanecessem estranhas uma à outra, cada uma tentando realizar sua tarefa isoladamente ou restringindo ao mínimo as possibilidades de interações intencionais.

Em síntese, ler e interpretar é uma atividade essencial para a compreensão da realidade, ou seja, para entender qualquer área de conhecimento. Pelo que foi exposto, ler no sentido amplo, não pode ser entendido apenas como um processo mecânico, ou como mera decodificação de signos. A leitura, no sentido mais amplo envolve interpretar um texto, o que quer dizer captar o significado que um texto possui. No entanto, há um longo caminho entre a significação que o leitor dá ao texto e o significado que o autor usou para produzi-lo. Por isso, do ponto de vista pedagógico é preciso considerar os vários aspectos que envolvem a leitura e a interpretação de textos.

Os aspectos básicos envolvidos na leitura são o leitor, o texto e o contexto. Para compreender como esses aspectos se articulam é necessário segundo Colomer (2001) compreender as estruturas que o leitor possui e os micros e macroprocessos que utiliza na construção da significação de um texto. Dito de outra maneira, Naspolini (1996) também destaca o processo de leitura, como mobilização de esquemas cognitivos do leitor, de tal forma que estabelece relação entre o que já sabe e o significado do texto, usando diferentes estratégias (seleciona, antecipa, infere, hipotetiza). Assim, o significado não está nas palavras, mas na consciência que o leitor tem delas.

Por outro lado, a significação é sempre relativa a um texto, que como tal, pode ser de diferentes naturezas e versa sobre diferentes tipos de conhecimento. Além disso, é preciso considerar que as idéias de um texto podem mudar de significado, dependendo do contexto no qual estão inseridos.

Em se tratando da leitura e interpretação de textos de problemas matemáticos, temos que considerar tais elementos como essenciais. Ler um texto de matemática não é a mesma coisa que ler um texto de literatura. Embora ambos possam se constituir em uma narrativa, ou seja, em um relato de situações, as relações que o texto de problemas matemáticos demandam do leitor, não são as mesmas.

Antes de tudo, para avaliar a compreensão advinda da leitura de um texto, é necessário saber quais relações precisam ser identificadas e articuladas no contexto matemático do problema. Nesse sentido a teoria dos campos conceituais (Vergnaud, 1990) constitui uma contribuição fundamental em dois sentidos:

- primeiro, porque descreve a formação dos conceitos matemáticos como modelo de um tripé, envolvendo esquemas ou invariantes construídos pelo sujeito, as situações às quais os esquemas se aplicam e as representações ou diferentes formas de linguagem. Podemos observar que, embora não falando especificamente de leitura, Vergnaud (1990) pretende explicar essencialmente o processo de compreensão dos conceitos. Da mesma forma que as autoras citadas, o leitor (com suas estruturas ou esquemas) está colocado no centro do processo da interpretação, pois o significado de um texto dependerá das possibilidades de assimilação do leitor. Esse processo explica porque a significação de um texto demanda constantes re-significações, assim como um conceito demanda um processo longo de construção;

- segundo, porque Vergnaud (1990) descreve os campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, mapeando as relações de base em cada um desses campos e que são fundamentais para podermos interpretar as situações apresentadas pelos textos dos problemas, quando são dessa natureza.

No capítulo II apresentaremos com mais detalhes a abordagem de Vergnaud e a descrição do campo conceitual das estruturas aditivas, para compreendermos melhor que relações estão em jogo, na leitura e interpretação dos problemas analisados neste trabalho.

CAPÍTULO II

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A teoria dos campos conceituais, desenvolvida por Gerard Vergnaud é uma teoria psicológica sobre a cognição, que supõe que o núcleo do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização do real que permite localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual (Vergnaud, 1990, p. 133).

Segundo Vergnaud (1990), essa teoria busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, que são as situações que envolvem trabalhar com múltiplas relações, ou seja, operações mentais mais sofisticadas como inferir, deduzir, comparar, etc., sobretudo as que dependem da ciência e da técnica. Por fornecer uma estrutura à aprendizagem, ela envolve a didática, embora não seja, em si uma teoria didática. “Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por *conhecimentos*, tanto as habilidades quanto as informações expressas” (Vergnaud, 1990, p. 1).

Vergnaud (1982) considera que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem. Campo conceitual é, para ele, "um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição" (Vergnaud, 1982, p. 40).

A teoria dos campos conceituais não é específica da Matemática, embora inicialmente tenha sido elaborado para "explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço e da álgebra" (Vergnaud, 1990, p.1). Vergnaud reconhece a importância da teoria de Piaget, destacando as idéias de adaptação e equilibração como pedras angulares para a investigação em didática das Ciências e da Matemática.

Juntamente com a teoria de Piaget, Vergnaud (1998) reconhece que sua teoria foi desenvolvida também a partir do legado de Vigotsky. Isso se dá principalmente pela importância atribuída à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos. Para o professor, a tarefa mais difícil é a de prover oportunidades aos alunos para que desenvolvam seus esquemas na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), "que é constituída pela distância que separa aquilo que um indivíduo pode fazer sozinho, sem ajuda de alguém, e o que ele consegue fazer graças às indicações e à ajuda que um outro indivíduo pode fornecê-lhe" (Bruner, 2002, p. 219).

Vergnaud (1996c, p. 206), acredita que a grande pedra angular colocada por Piaget foi o conceito de **esquema** que ele define como "a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dadas". São nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória.

Para Vergnaud (1990, p. 2), as próprias competências matemáticas são sustentadas por esquemas organizadores do comportamento. Por exemplo:

- Esquema da enumeração de uma pequena coleção por uma criança de cinco anos; por mais que varie de forma (contar bombons, pratos à mesa, pessoas sentadas espalhadas no jardim, etc.), não deixa de abranger uma organização invariante, essencial para o funcionamento do esquema: coordenação dos movimentos dos olhos e gestos dos dedos e das mãos em relação à posição dos objetos, enunciação coordenada da série numérica, cardinalização do conjunto enumerado por destaque total ou pela repetição da última palavra-número pronunciada: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete... sete!
- O esquema de resolução de equações da forma ax + b = c atinge rapidamente um alto grau de disponibilidade e confiabilidade entre alunos de quarta e quinta séries, iniciantes em álgebra. A seqüência dos registros escritos produzidos pelos alunos mostra claramente uma organização invariante, apoiada ao mesmo tempo em hábitos adquiridos e em teoremas do tipo:

"Mantém-se a igualdade subtraindo **b** dos dois lados"
"Mantém-se a igualdade dividindo por **a** os dois lados"

A automatização é uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação. Para uma classe de situações dadas, contudo, uma série de decisões conscientes também pode ser objeto de uma organização invariante.

"Os algoritmos são considerados esquemas, porém para que esses algoritmos sejam esquemas efetivos é necessário que a criança consiga estabelecer relações de apropriação a partir de sucessivos passos que as leve ao entendimento do mesmo" (Vergnaud, 1990, p. 3).

“A educação, portanto deve contribuir para que o sujeito desenvolva um repertório amplo e diversificado de esquemas, porém procurando evitar que esses esquemas se convertam em estereótipos esclerosados” (Vergnaud, 1996c, p. 203).

Os esquemas são, em geral, eficazes, mas nem sempre efetivos. Quando a criança utiliza um esquema ineficaz para determinada situação, a experiência a leva, seja a mudar de esquema, seja a modificar o esquema. Vergnaud (1990, p.3) afirma, com base em Piaget, “que os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas: assimilação e acomodação”.

Vergnaud (1990, p. 136) chama de ingredientes dos esquemas os seguintes elementos:

> 1. Metas e antecipações (um esquema se dirige sempre a uma classe de situações nas quais o sujeito pode descobrir uma possível finalidade de sua atividade e, eventualmente, submetas; pode também esperar certos efeitos ou certos eventos);
> 2. regras de ação do tipo “se... então” que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema, aquela que permite a geração e a continuidade da seqüência de ações do sujeito; são regras de busca de informação e controle dos resultados da ação;
> 3. invariantes operatórios (teoremas-em-ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícitas ou explícitas, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas;
> 4. possibilidades de inferência (ou raciocínios) que permitem “calcular”, “aqui e agora”, as regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito, ou seja, toda a atividade implicada nos três outros ingredientes requer cálculos “aqui e imediatamente” em situação.

Designam-se pelas expressões “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação” os conhecimentos contidos nos esquemas. Pode-se também designá-los pela expressão mais geral “**invariantes operatórios”** (Vergnaud, 1990, p. 4)**.**

Os invariantes operatórios podem dividir-se fundamentalmente em três tipos lógicos:

- Invariantes do tipo *proposição*: podem ser verdadeiros ou falsos; os teoremas-em-ação são invariantes deste tipo.

Com relação aos invariantes operatórios, Vergnaud (1990) afirma que antes dos 5 anos as crianças conseguirão atingir o todo contando cada elemento da seqüência. Porém entre os 5 e os 7 anos, as crianças conseguirão atingir o todo somando as duas quantidades desde que essas quantidades sejam representadas por pequenos valores. O que pode ser expresso pelo teorema em ato Card $(A \cup B)$ = Card (A) + Card (B).

O autor ainda afirma que um pouco mais tarde, entre os 8 e 10 anos, a criança consegue compreender que se uma quantidade de um objeto foi multiplicado por um determinado número o valor desse objeto também será multiplicado por esse mesmo número. Pode-se exprimir este conhecimento por um teorema-em-ação dado por: $f(nx) = nf(x)$ para todo n inteiro e simples.

- Invariantes do tipo “função proposicional”: não são suscetíveis de serem verdadeiros ou falsos, mas constituem marcos indispensáveis à construção das proposições. Por exemplo: os conceitos de cardinal e coleção, assim como os de estado inicial, transformação e relação quantificada, são indispensáveis a conceitualização das estruturas aditivas. Não são proposições.

- Invariantes do tipo “argumento”: quem fala em função proposicional e proposição fala em argumento. Os lógicos clássicos costumavam tomar

> seus exemplos entre os objetos materiais comuns e suas propriedades (Vergnaud, 1990, p. 6).

Em matemática, “os argumentos podem ser materiais (o navio está à direita do farol), personagens (Paulo é maior que Celina), números (4 + 3 = 7), relações (“maior que” é uma relação anti-simétrica), ou mesmo proposições (“8 é divisor de 24” é a recíproca de “24 é múltiplo de 8”)” (Vergnaud, 1990, p.7). .

Para Vergnaud (1990, p. 8), tais distinções são indispensáveis para a didática, porque a “transformação dos conceitos-instrumentos em conceitos-objetos é um processo decisivo na conceitualização do real. Esta transformação significa, entre outras coisas, que as funções proposicionais podem tornar-se argumentos”.

Uma abordagem psicológica e didática da formação dos conceitos matemáticos levou Vergnaud (1990, p. 8) a considerar um conceito como um conjunto de invariantes utilizáveis na ação. A definição pragmática de um conceito recorre, portanto, “ao conjunto das situações que constituem a referência de suas diversas propriedades, ao conjunto dos esquemas utilizados pelos sujeitos nessas situações”.

Três argumentos principais levaram Vergnaud (1983, p. 393) ao conceito de campo conceitual:

1 – um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações;

2 – uma situação não se analisa com um só conceito;

3 – a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, as vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes.

Vergnaud (1994), destaca que é preciso dar toda atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações nas quais os aprendizes desenvolvem seus esquemas na escola ou na vida real. Seria interessante se a escola fizesse, com os alunos, ligações com o que é ensinado relacionando à vida cotidiana desses alunos.

Diante disso Vergnaud (1990, p. 8) define conceito como um tripé formado pelos seguintes elementos:

C = (S. I. R.)

> **S –** conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência);
>
> **I –** invariantes operatórios - é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito;
>
> **R –** significante - é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

O conceito de situação não tem aqui o sentido de situação didática, mas o de tarefa. A idéia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas.

Então, no que se refere ao campo conceitual das estruturas aditivas é, há um tempo,

> O conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas. São, assim, componentes das estruturas aditivas os conceitos de cardinal, de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (perder ou gastar certa quantia), de relação de comparação quantificada (ter bombons, ou três anos mais que), de composição binária de medidas (quanto no total?), de composição de transformações e relações de operação unitária, de inversão, de número natural e número relativo, de abscissa, de deslocamento orientado e quantificado... (Vergnaud, 1990, p. 9 -10).

Desse modo toda situação, pode ser, em princípio conduzida a uma combinação de relações de base com dados conhecidos e desconhecidos, que correspondem ao número de questões possíveis.

Vergnaud (1981), descreve seis tipos de relações aditivas em que temos uma adição, ou uma subtração, ou a combinação entre elas, a partir das quais é possível engendrar todos os problemas de adição e subtração de aritmética comum.

2.1 AS SEIS RELAÇÕES DE BASE DO CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS ADITIVAS.

1. A relação parte-parte-todo

Essa relação não permite engendrar mais que duas categorias de problemas:

I. Pesquisar o todo, conhecendo as duas partes;

Exemplo:

- Nádia tem 7 bolinhas de ferro e 4 de aço. Quantas bolinhas ela tem?

II. Pesquisar uma parte, conhecendo o todo e a outra parte.

Exemplo:

- Karen convidou 9 crianças para seu aniversário. Cinco são meninos. Quantos são as meninas?

(Vergnaud, 1997, p. 12)

2. A relação de transformação de estados.

Corresponde à transformação de um estado inicial em um estado final. Essa transformação pode consistir em um aumento (ganho, brinde, produção, etc.) ou em uma diminuição (perda, roubo, consumação, etc.). Pode-se procurar o resultado final conhecendo o estado inicial e a transformação; a transformação conhecendo o estado inicial e o estado final, ou o estado inicial conhecendo a transformação e o estado final.

Sabendo que a transformação pode ser positiva (aumento) ou negativa (diminuição), Vergnaud (1981) chegou a seis classes de problemas:

I. Pedro tinha 6 bolinhas. Ele jogou uma partida com Vitor e ganhou 5. quantas ele tem agora?

- Busca-se o estado final quando a transformação é positiva.

II. Hugo tinha 9 bolinhas. Ele jogou uma partida com Estevão e perdeu 3. quantas ele tem agora?

- Busca-se o estado final quando a transformação é negativa.

III. Léo tinha 7 bolinhas. Depois de jogar uma partida com Tiago, ele tem agora 11 bolinhas. O que aconteceu durante a partida? Léo ganhou ou perdeu bolinhas? Quantas?

- Busca da transformação positiva.

IV. Olívio tinha 16 bolinhas. Depois de jogar uma partida com Cláudio, ele tem agora 12. O que aconteceu durante a partida? Olívio ganhou ou perdeu bolinhas? Quantas?

- Busca da transformação negativa.

V. Carlos ganhou 3 bolinhas num jogo com José. Ele tem agora 10 bolinhas. Quantas bolinhas ele tinha antes de jogar?

- Busca-se o estado inicial quando a transformação é positiva.

VI. Jorge perdeu 5 bolinhas num jogo com Silas. Ele tem agora 3. quantas bolinhas ele tinha antes de jogar?

- Busca-se o estado inicial quando a transformação é negativa.

(Vergnaud, 1997, p.11)

3. A relação de comparação de estados (comparação quantificada de um referido a um referente).

Referido designa a quantidade comparada; referente a quantidade com relação a qual se efetua a comparação.

Ocorre a comparação entre um referente e um referido por uma relação de ordem quantificada e que dá lugar a seis categorias de problemas:

I. Ana tem três bonecas a mais que Carla. Carla tem quatro. Quantas bonecas têm Ana?

➢ Busca-se o referido. O referido é maior que o referente.

II. Mary tem 3 bonecas a menos que Sara. Sara tem 6. Quantas bonecas tem Mary?

➢ Busca-se o referido. O referido é menor que o referente.

III. Suzi tem 6 anos e Karen tem 2. quantos anos tem Karen a menos que Suzi?

➢ Busca-se a relação. O referido é menor que o referente.

IV. Roberta tem 12 anos e Júlia tem 8. Quantos anos tem Roberta a mais que Júlia?

➢ Busca-se a relação. O referido é maior que o referente.

V. Paulo tem 4 anos a menos que sua irmã Elisa. Ele tem 5 anos. Qual a idade de sua irmã?

> ➢ Busca-se o referente. O referente é maior que o referido.

VI. Pedro tem 5 anos a mais que sua irmã Flora. Ele tem 10 anos. qual a idade de Flora?

> ➢ Busca do referente. O referente é menor que o referido.

(Vergnaud, 1997, p. 12)

4. A relação de composição de duas transformações.

Quando duas transformações se sucedem (dois aumentos, duas diminuições, um aumento e uma diminuição, ou o inverso) outros problemas se apresentam já que duas transformações são compostas entre elas e que nos obriga a buscar seja a transformação composta seja uma das transformações elementares sem conhecer algum dos estados inicial, intermediário ou final.

Exemplos:

I. Elton jogou duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira, ganhou 5 e na segunda perdeu 7. pensando sobre os resultados das duas partidas, ele ganhou ou perdeu? Quantas bolinhas?

> ➢ Busca-se a transformação composta.

II. Helen pagou 26 reais num presente de aniversário para seu irmão. Em seguida, ela recebeu uma gorjeta por ter feito um favor à sua vizinha. Ao recontar seu dinheiro percebeu que tinha 15 reais a menos do que tinha antes de comprar o presente. Quanto ela recebeu de sua vizinha?

- Busca-se a segunda transformação.

III. Hector jogou partidas de bolinhas de gude de manhã e antes do meio dia. À tarde, dele perdeu 6 bolinhas. No final do dia, ele percebeu que havia ganhado 13 bolinhas no total. Ele perdeu ou ganhou figurinhas de manhã? Quantas?

- Busca-se a primeira transformação.

(Vergnaud, 1997, p. 14)

5. A relação de composição de duas relações

Da mesma maneira, pode-se compor ou decompor relações de comparação entre três indivíduos ou três objetos ou eventualmente relações de débito e crédito.

Exemplos:

I. João tem três anos a mais que Daniel, e Daniel um ano a menos que sua prima Beth. Quantos anos João é mais velho que Beth?

II. Uma fábrica deve 5600 reais à sua distribuidora. Mas a distribuidora deve também 266 reais à fábrica por uma mercadoria defeituosa entregue. Qual é a nova situação?

(Vergnaud, 1997, p. 15)

6. A transformação de uma relação.

Pode-se enfim encontrar situações dentro das quais uma transformação (aumento ou diminuição) opera sobre uma relação.

Exemplos:

I. André deve 32 reais a Guilherme. Guilherme comprou para André um ingresso no valor de 25 reais. Qual a nova situação entre André e Guilherme?

II. Mauro verificou que em sua conta bancária havia um crédito de 433 reais. Ele tinha feito um depósito de 640 reais. Qual era a nova situação de sua conta antes de fazer o depósito?

(Vergnaud, 1997, p. 15).

Considerando os seis tipos de relações de base das estruturas aditivas, constatamos que as escolas normalmente utilizam problemas relativos às quatro primeiras relações, por estarem relacionados aos conteúdos desenvolvidos com os alunos das quatro séries iniciais do ensino fundamental.

Nesse sentido os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997, p. 71) indicam que:

> Embora todas estas situações façam parte do campo aditivo, elas colocam em evidência níveis diferentes de complexidade. Note-se que no início da aprendizagem escolar os alunos ainda não dispõem de conhecimentos e competências para resolver todas elas, necessitando de uma ampla experiência

> com situações-problema que os leve a desenvolver raciocínios mais complexos por meio de tentativas, explorações e reflexões.

Diante dessa possível dificuldade e também pelo fato de que a nossa pesquisa foi realizada com alunos de quarta série do ensino fundamental, escolhemos trabalha problemas do 2º, 3º e 4º tipos de relações de base do campo conceitual das estruturas ad...

CAPÍTULO III

OBJETIVOS E METODOLOGIA DA PESQUISA

Conforme apontado anteriormente, e diante das observações durante os anos de atuação, como professora da rede pública e particular, temos constatado as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino fundamental, com relação à leitura e à interpretação de problemas matemáticos no geral e, em particular aos relativos às estruturas aditivas. É freqüente na fala dos professores, a idéia de que os alunos não lêem e não sabem interpretar os problemas. Normalmente, temos constatado em nossa prática que, mesmo quando os alunos são capazes de ler problemas, é comum não conseguirem interpretar as relações expressas no texto, de forma a chegar a uma resolução matematicamente adequada dos mesmos.

Diante dessa constatação, o que motivou a presente pesquisa foi a necessidade de entender como os alunos lêem e interpretam os problemas, mais especificamente como interpretam as idéias subjacentes ao texto dos problemas, nos quais é preciso identificar as relações matemáticas envolvidas.

Assim, nessa pesquisa nos concentramos em analisar a relação que há entre a leitura, a interpretação e a resolução de problemas matemáticos de estruturas aditivas com alunos de 4ª série do ensino fundamental de uma escola pública municipal e uma escola privada da cidade de Campo Grande – MS.

3.1 OBJETIVO GERAL

Descrever e analisar o desempenho e as formas de solução de problemas de estruturas aditivas de alunos de uma escola pública municipal e uma escola particular da 4ª série do ensino fundamental, e suas relações com a leitura e interpretação dos mesmos, para identificar as relações matemáticas contidas nos problemas.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para melhor compreender os aspectos envolvidos na nossa investigação, e orientar o trabalho a ser realizado, traçamos especificamente os seguintes objetivos:

- Identificar se ao realizar a leitura, o aluno decodifica as informações contidas no texto do problema.

- Identificar por meio da explanação verbal, desenho, sentença matemática, como o aluno interpreta o problema.

- Verificar quais as formas de solução apresentadas pelos alunos (operações escolhidas e a seqüência das mesmas).

- Verificar o desempenho dos alunos, por meio dos acertos e erros nos problemas.

- Verificar se há diferença no desempenho dos problemas na escola municipal e na escola particular.

3.3 METODOLOGIA

Desenvolvemos esta pesquisa com enfoque qualitativo, uma vez que procuramos descrever os procedimentos da leitura e interpretação dos problemas, para verificar suas relações com as formas de soluções adotadas pelos alunos durante o processo da investigação.

Para Mazzotti (2002) a escolha por esse enfoque se deve ao fato de que a principal característica da pesquisa qualitativa é a busca pela compreensão e a interpretação dos fatos das crenças, percepções, sentimentos e valores que não se conhece de imediato, mas que é preciso ser desvelado.

É também de enfoque quantitativo quando apresentamos os dados por meio de tabelas, em que mostramos os resultados da pesquisa com um tratamento estatístico simples, relacionando as freqüências e os percentuais dos dados levantados. Assim estamos combinando o enfoque qualitativo e quantitativo para melhor relacioná-los e descrevê-los.

Nesse sentido Oliveira (2005, p. 44), afirma que “fazer pesquisa não é acumular dados e quantificá-los, mas analisar causas e efeitos, contextualizando-os no tempo e no espaço, dentro de uma concepção sistêmica”.

Para a realização da coleta de dados encontramos algumas dificuldades para a escolha das escolas. Algumas escolas foram consultadas a respeito da sua participação na pesquisa, mas não concordaram, alegando que poderíamos interromper o processo ensino-aprendizagem dos alunos, uma vez que a aplicação da prova estava prevista para o 4º bimestre do ano de 2006. Para tentarmos resolver esse impasse, procuramos duas escolas cujas coordenadoras eram mais acessíveis e sintonizadas com as questões da pesquisa e que possibilitaram a participação das escolas na mesma.

Uma vez definidas as escolas, fizemos a escolha aleatória de 40 alunos da 4ª série do ensino fundamental. Essa escolha foi realizada mediante a lista de presença dos alunos de cada turma, em que fazíamos o sorteio dos números da chamada e assim escolhemos 20 da escola pública municipal e 20 da escola particular.

Na escola municipal existiam três 4ªˢ séries. Da turma A com 26 alunos, entrevistamos oito alunos; da turma B, com 34 alunos, entrevistamos apenas dois alunos[3] e na turma C, com 28 alunos, entrevistamos dez alunos completando assim a amostra nessa escola.

Na escola particular existiam seis 4ªˢ séries. Da 4ª série A, com 17 alunos, entrevistamos quatro alunos; da 4ª série B, com 18 alunos, entrevistamos três alunos; da 4ª

[3] Inicialmente haviam sido escolhidos 8 alunos; dada a resistência da professora para liberá-los para a realização da prova, sorteamos mais alunos da turma A e C, para completarmos os 20 alunos previstos.

série C, com 19 alunos, entrevistamos três alunos; da 4ª série D, com 22 alunos, entrevistamos quatro alunos; da 4ª série E, com 16 alunos, entrevistamos três alunos e na 4ª série F, com 17 alunos, entrevistamos três alunos.

Após a escolha dos alunos, encaminhamos para os pais um pedido de autorização para que as crianças participassem da pesquisa. A grande maioria nos deu a permissão, porém encontramos alguns pais que não concordaram que seus filhos participassem do estudo. Diante disso ainda voltamos a fazer novas escolhas de alunos, por sorteio aleatório, para completar a quantidade de alunos prevista.

A escolha de uma escola municipal e uma escola particular teve como finalidade observar se os processos de leitura, interpretação e formas de resolução de problemas de estruturas aditivas, apresentam diferenças entre os alunos das mesmas, como há alguns estudos mostrando que os alunos de escola particular têm, no geral, maiores oportunidades de acesso a atividades de leitura e de comunicação escrita.

A escolha dos problemas foi baseada em duas razões: em primeiro lugar priorizamos escolher problemas de estrutura aditiva, levando em conta que fazem parte das atividades matemáticas desenvolvidas pelos professores, nos anos inicias do ensino fundamental e, no geral, encontrados nos livros didáticos; em segundo lugar, a escolha dos problemas se baseou nas seis relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas, proposta por Vergnaud (1981).

Dentre os problemas apresentados nas seis relações de base, escolhemos um problema (P_2) que representa a relação do tipo II, que é a transformação de estados; dois problemas (P_3,

P_4) que representam a relação do tipo III, que é a comparação de estados; e três problemas (P_1, P_5, P_6) que representam a relação do tipo IV, que trata da composição de duas transformações.

Os seis problemas utilizados na pesquisa foram escolhidos segundo os critérios descritos, sendo retirados dos livros didáticos de Giovanni, (1994, p. 52 – 53) e Iezzi, (1992, p. 57).

1) Rogério tinha 218 figurinhas. Jogando com Pedro, perdeu 74. A seguir jogando com Francisco, Rogério ganhou 87 figurinhas. Com quantas figurinhas ele ficou após jogar com Pedro e Francisco?

2) Durante o ano passado, usei cadernos de 100 folhas para Matemática, Ciências e Estudos Sociais. Do caderno de Matemática, usei 84 folhas, do de Ciências usei 76 folhas e do de Estudos Sociais, 65 folhas. Quantas folhas sobraram, no total?

3) Eu tenho 165 cm de altura, meu irmão é 17 cm mais alto que eu. Se eu crescer 15 cm nos próximos anos, quem será mais alto eu ou meu irmão? Quantos centímetros a mais?

4) Ademir é 5 anos mais velho do que Carina e é 6 anos mais novo do que Josemar. Josemar tem 18 anos. Qual é a idade de Carina?

05) Um ônibus chegou a um ponto com 45 passageiros. Desceram 13 passageiros e subiram 8. Depois de algum tempo de viagem parou novamente e nessa parada desceram 3 passageiros e subiram 12. Com quantos passageiros o ônibus chegou ao final da viagem?

06) Para fazer uma ligação elétrica, Juca comprou, inicialmente, 72 metros de fio. Como essa quantidade foi insuficiente, ele comprou mais 38 metros do mesmo fio. Sabendo-se que ele usou 95 metros de fio para fazer a ligação, quantos metros de fio restaram?

Esses problemas foram escolhidos quando decidimos que a pesquisa seria realizada com crianças de 4ª série do ensino fundamental. Dessa forma consideramos que os problemas do tipo I que visa à busca do todo conhecendo as partes, ou das partes conhecendo-se o todo, seria uma relação mais apropriada para turmas das séries menores. Por outro lado, os problemas da relação V, relativos à composição de duas relações, envolvendo situações de débito e crédito e os problemas da relação VI, relativos à transformação de uma relação, que opera sobre um aumento ou diminuição são relações que provavelmente trariam maiores dificuldades de compreensão, uma vez que tais relações envolvem os números relativos, que normalmente não são trabalhados com alunos dessa série. Sendo assim decidimos escolher problemas relativos ao II, III e IV tipos de relações que estariam mais próximos daqueles trabalhados em atividades das séries iniciais (1ª à 4ª série) do ensino fundamental.

Na aplicação da prova, à medida que entregávamos a folha com os problemas, íamos fazendo as perguntas, seguindo o roteiro da entrevista (anexo1). O roteiro foi elaborado, focalizando dois aspectos: o da leitura e o da interpretação e o da execução.

Para verificar a leitura pedíamos aos alunos que lessem os problemas, relessem, se fosse necessário e indagávamos se existiam palavras desconhecidas no texto dos problemas. Com isso pretendíamos verificar se os alunos decodificavam o enunciado, condição básica para a compreensão matemática dos problemas.

Para verificar a interpretação dos problemas, solicitamos dos alunos informações que pudessem nos dar alguns indicadores (relato oral, desenho, sentença matemática e as formas de solução) do processo de interpretação ou do tipo de compreensão realizada.Dessa forma, após a leitura, solicitávamos aos alunos que dissessem o que tinham entendido, desenhassem ou escrevessem a história dos problemas e escolhessem as formas de soluções que melhor os resolvessem, apontando a sentença matemática correspondente.

Por último, pedíamos que resolvessem os problemas por escrito e que nos dessem a resposta final do mesmo. Após a resolução perguntávamos se consideravam os problemas fáceis ou difíceis.

As entrevistas foram desenvolvidas em uma sala disponibilizada pelas escolas, em que cada aluno teve à sua disposição um espaço apropriado para resolver os problemas e responder a todas as perguntas relacionadas na entrevista. Desse modo a cada pergunta feita fazíamos as anotações das respostas em um caderno, para posterior análise.

Com o objetivo de organizar os dados, estabelecemos uma numeração de 1 a 20 para os alunos da escola municipal e de 21 a 40 para a escola particular. Para identificarmos os alunos usamos códigos do tipo: A_1, A_2, A_3, A_4,... A_{40}, evitando usar os nomes próprios dos mesmos.

Para a tabulação dos dados deste estudo, empregamos a análise de conteúdo, visando à observação detalhada das respostas dadas às questões que constam no (anexo 1). Utilizamos ainda o recurso da estatística descritiva simples, quando apresentamos os dados em tabelas com suas freqüências e seus respectivos percentuais. Nas tabelas os problemas foram apresentados segundo os tipos de classes a que pertenciam, ou seja, o problema 2 representou a categoria de problemas do tipo II; os problemas 3 e 4 foram agrupados na categoria de problemas do tipo III e finalmente os problemas 1, 5 e 6 foram agrupados na categoria de problemas do tipo IV.

CAPÍTULO IV

DESCRIÇÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA

Descreveremos os resultados, para cada problema em particular, bem como os resultados gerais da prova aplicada. Paralelamente a cada resultado exposto nas tabelas, descreveremos também os resultados das perguntas feitas aos alunos durante a aplicação da prova. Posteriormente será feita a análise geral dos resultados apresentados.

4.1 Problema 2: Transformação de estados.

O problema 2 é referente ao segundo tipo das relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas (Vergnaud ,1981).

Problema 2

Durante o ano passado, usei cadernos de 100 folhas para Matemática, Ciências e Estudos Sociais. Do caderno de Matemática, usei 84 folhas, do de Ciências usei 76 folhas e do de Estudos Sociais, 65 folhas. Quantas folhas sobraram, no total?

Neste problema consideramos que os alunos poderiam utilizar, no conjunto dos números naturais, as seguintes formas de soluções aritméticas:

- **1ª forma** ⇨ (100 – 84) + (100 – 76) + (100 – 65) = 75
- **2ª forma** ⇨ (100 + 100+ 100) – (84 + 76 + 65) = 75
- **3ª forma** ⇨ (100 x 3) - (84 + 76 + 65) = 75

Dessas três formas previstas analisaremos qual delas foi a que os alunos escolheram como mais adequada para resolver o problema 2.

A tabela 1 a seguir descreve a freqüência de acertos e erros dos alunos pesquisados, para avaliarmos o desempenho, conforme a leitura e interpretação no problema 2.

Tabela 1. Número de acertos e erros relativos ao problema 2 dos alunos da Escola Municipal e Particular.

Escolas	Problema 2	
	a	e
Escola Municipal	7	13
Escola Particular	13	7
Total	20	20
%	50	50

a = acertos **e = erros**

No problema 2 encontramos exatamente metade dos alunos que acertaram e metade que erraram o referido problema. No entanto essa distribuição não foi a mesma por escola. Na escola municipal verificamos que sete alunos acertaram e treze erraram o problema, enquanto na escola particular ocorreu exatamente o contrário, encontramos treze alunos que acertaram o problema 2 e sete alunos que erraram o mesmo, indicando que esse problema foi mais fácil para os alunos da escola particular.

No problema 2 os alunos (9 da escola municipal e 10 da escola particular) indicaram que a interpretação do problema era fácil, os demais alunos alegaram que o problema era mais ou menos difícil, referindo-se à quantidade de números apresentados ou à escolha da operação adequada. Alguns alunos demonstram isso nas suas falas:

- *Tive que ler umas três vezes para saber qual era a conta, esse problema tem muitos números (A_{14}).*
- *Não entendi porque as folhas passaram de 100, achei meio complicado (A_{31}).*
- *Tive que ler umas três vezes porque fiz confusão com os números, não sabia que conta fazer (A_{20}).*
- *Tive que ler de novo para ver qual conta fazer para saber o total (A_{27}).*

Os alunos acima citados sentiram dificuldade na interpretação do problema 2; fizeram algumas tentativas de solução, mas não conseguiram acertar a resposta do mesmo.

Nesse problema encontramos 24 alunos (60%) que utilizaram a primeira forma de solução já descrita. Iniciaram subtraindo do número 100 o número 84, depois o número 76 e finalmente o número 65, em seguida somaram os restos para descobrirem quantas folhas sobraram. Apenas A_{39} utilizou outra forma de solução. Iniciou somando todas as folhas gastas nas três disciplinas, multiplicou o número cem por três (para representar os três cadernos) e finalmente subtraiu de trezentos, duzentos e quinze (embora tenha errado na soma que deveria ser duzentos e vinte e cinco). Desse modo apenas um aluno utilizou a terceira forma de solução. O problema 2 mostrou que a interpretação não foi tão clara, visto que encontramos, na escola municipal, treze alunos que erraram esse problema. Na escola particular, apesar de apresentar um número maior de acertos que a escola municipal, ainda assim encontramos sete alunos que erraram o referido problema.

Ao realizarmos a entrevista, iniciamos sugerindo aos alunos que poderiam escolher entre a leitura silenciosa ou em voz alta, para que dessa forma pudéssemos identificar as possíveis dificuldades no ato de ler.

Verificamos que ao realizar a leitura, todos os alunos pesquisados preferiram a leitura silenciosa, tanto na escola municipal quanto na escola particular.

Quando perguntado quanto à interpretação do problema 2,45% dos alunos afirmaram que "sim" e 55% disseram que compreenderam "mais ou menos" o problema, como podemos observar na tabela 2 a seguir.

Tabela 2. Você entendeu o problema?

Escolas	**Problema 2**	
	s	**mm**
Escola Municipal	8	12
Escola Particular	10	10
Total	18	22
%	45	55

s = sim **mm = mais ou menos**

No problema 2, pouco mais da metade dos alunos consideraram que a dificuldade na interpretação era do nível "mais ou menos". Os alunos da escola municipal apresentaram um percentual maior de dúvidas. Verificamos que quatro alunos (A_2, A_3, A_5 e A_{10}) disseram que o problema era fácil, e mesmo fazendo essa afirmação erraram o desenvolvimento da solução do mesmo. Os nove alunos (A_6, A_7, A_9, A_{11}, A_{14}, A_{16}, A_{17}, A_{19}, A_{20}) que alegaram entender "mais ou menos" a interpretação do problema, foram os mesmos que erraram a solução.

Os alunos da escola particular apresentaram o mesmo percentual (50%) para o "sim" e para "mais ou menos". Três alunos (A_{35}, A_{38} e A_{39}) afirmaram ter compreendido o enunciado do problema, enquanto quatro alunos (A_{25}, A_{27}, A_{31}, A_{33}), afirmaram ter compreendido mais ou menos o problema; no entanto todos os alunos que fizeram essas afirmações não conseguiram chegar ao resultado satisfatório.

No problema 2, verificamos que os alunos apresentaram uma certa dificuldade na leitura e interpretação do mesmo. Na escola municipal mais da metade dos alunos alegou ter compreendido o problema, enquanto na escola particular metade afirmou não ter encontrado dificuldades na sua leitura e interpretação.

Ao perguntarmos se seria necessária uma nova leitura, mais da metade dos alunos manifestaram a vontade de reler o problema, os demais alegaram que não seria necessário, conforme podemos ver na tabela 3 a seguir.

Tabela 3. É necessário ler o problema novamente?

Escolas	Problema 2	
	s	n
Escola Municipal	12	8
Escola Particular	9	11
Total	21	19
%	52,5	47,5

s = sim **n = não**

Verificamos no problema 2 que uma das dificuldades encontradas pelos alunos nas duas escolas, foi relativa à compreensão das relações do problema com as formas de solução do mesmo, e alguns deles diziam da necessidade de ler novamente para compreender melhor o que era solicitado, conforme mostram os argumentos de alguns alunos:

- *Acho que não entendi direito (A_{16} e A_{32}).*
- *Fiquei confuso (A_1).*
- *Achei meio complicado (A_6 e A_{28}).*
- *Quero ler de novo para tirar umas dúvidas (A_{29})*

Embora tenham feito novamente a leitura, ainda houve casos de alunos que não conseguiram encontrar a solução do problema. Ou seja, a nova leitura não garantiu uma melhor interpretação das formas de solução do problema.

A seguir foi perguntado aos alunos se, no problema 2, existiam palavras que eles não reconheciam. Essa solicitação foi para verificar se a interpretação do problema estaria ligada ao desconhecimento de alguma palavra. As respostas mostraram que a dificuldade em interpretar o problema não estava relacionada com o reconhecimento das palavras do texto do problema, pois nesse questionamento todos os alunos afirmaram que as palavras não eram estranhas. Uma vez que todos os alunos alegaram ser do seu conhecimento as palavras do texto do problema, esse dado não foi colocado em tabela[4], porém será considerado na nossa análise.

Na continuidade do nosso trabalho, solicitamos aos alunos que desenhassem ou escrevessem o que compreenderam sobre o problema 2. A grande maioria (82,5%) dos alunos

---

[4] Na questão 4 (Da leitura feita, existem palavras que você não entendeu?) do roteiro da entrevista, todos os alunos afirmaram não ter nenhuma palavra desconhecida nos textos de todos os problemas da pesquisa, razão pela qual não se colocou os dados em tabela.

pesquisados preferiu representar sua interpretação por meio da escrita[5], indicando as formas de solução do problema, conforme a tabela 4 a seguir.

Tabela 4. Do que entendeu, você poderia desenhar ou escrever o que o problema 2 está contando?

Escolas	Problema 2	
	d	e
Escola Municipal	7	13
Escola Particular	-	20
Total	7	33
%	17,5	82,5

d = desenha **e = escreve**

Os resultados do problema 2, apontaram a preferência pela representação escrita. Somente os alunos da escola municipal tentaram demonstrar sua interpretação do enunciado do problema por meio do desenho, sendo que 7 desses alunos, desenharam. Porém na escola particular a totalidade dos alunos rejeitou a possibilidade de desenhar, alegando que não gostavam de fazer a representação por desenho ou que o desenho demorava muito.

Assim, quando solicitamos, que escolhessem entre desenhar ou escrever (para os alunos "escrever" seria a indicação das formas de solução), do que tratava o enunciado do problema 2, verificamos que a maioria dos alunos, nas duas escolas, deu preferência à escrita.

Observando os desenhos, verificamos que esses alunos utilizaram dois tipos de representações:

[5] Os alunos entenderam que "escrever" estava relacionado com representar as formas de solução do problema.

1. Representação pictórica parcial, ou seja, fazendo apenas referência a elementos ou indicando situações que são relatadas no enunciado do problema. Encontramos nessa classificação A_3, A_5, A_6, A_7, A_8 e A_{20}.

2. Representação Pictórica indicando operação. São as representações que, de alguma maneira indicavam que o aluno interpretou que o problema retratava uma situação que demandava uma operação. Nessa classificação encontramos apenas um aluno.

Na seqüência das nossas perguntas solicitamos aos alunos que explicassem o significado dos desenhos, conforme a tabela 5 a seguir.

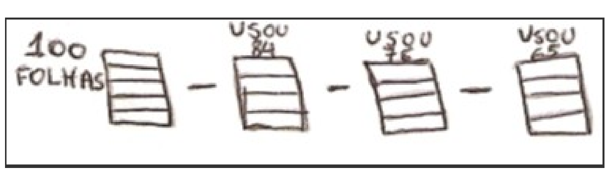
Tabela 5. Explique o que você desenhou.

Escolas	**Problema 2**	
	rp	**ro**
Escola Municipal	6	1
Escola Particular	-	-
Total	6	1
%	15	2,5

rp = representação parcial **ro = representação da operação**

No problema 2**,** dos sete alunos que usaram desenho para representar os problemas, somente A_1 utilizou a representação pictórica indicando operação, em que apresenta o número 100 seguido das transformações que estão relacionadas no enunciado do problema, conforme podemos ver em sua fala*: Ele tinha 100 folhas, usou 84 (menos), usou 76 (menos), usou 65 (menos) eu vou tirando. Aí eu somo os resultados e descubro quantas folhas sobraram.*

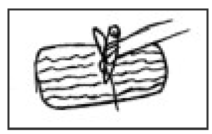
A_1



Os demais alunos (A_3, A_5, A_6, A_7, A_8, A_{20}), utilizaram uma representação parcial, indicando algum elemento isolado presente no enunciado do problema.

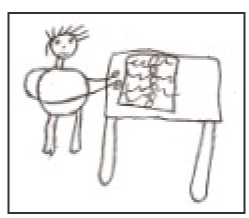
A_3 repetiu o texto do problema e seu desenho mostrou apenas a indicação de um caderno com alguém escrevendo. Na sua explicação ele apenas disse: "*eu desenhei um menino escrevendo no caderno*".

A_3



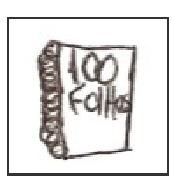
Outro caso que nos chamou a atenção foi o de A_5 que fez um desenho mostrando uma criança apontando na direção de uma folha com algo escrito e em sua explicação ele apenas disse que "*é o menino com seu caderno*".

A_5



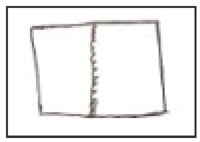
Observamos que A_6 desenhou apenas um caderno onde constava um escrito na capa "100 folhas"; quando explicou o significado desse desenho ele disse: *só desenhei um caderno para representar a idéia do problema.*

A_6



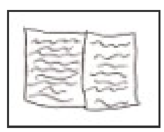
Vimos também A_7 repetir o texto do problema, mas no momento de realizar seu desenho fez uma demonstração de um caderno aberto, sem maiores detalhes e na explicação do desenho ele disse: "*eu quis mostrar que é o caderno aberto*".

A_7



A_8 também desenhou a indicação de um caderno aberto e disse que aquele desenho representava os cadernos de que falava no problema.

A_8



Finalmente, temos A_{20} que indicou no seu desenho a imagem de uma criança próxima a uma mesa em que mostra alguns materiais sobre ela. Em sua explicação ele disse: "*estou representando o caderno sobre a mesa*". Esse aluno considerou que era apenas um caderno e dali retirou as folhas usadas nas três disciplinas.

A_{20}

Seguindo nosso roteiro, perguntamos sobre o significado do que haviam escrito[6], no problema 2. Do total de alunos, treze alunos (32,5%) da escola municipal e vinte (50%) da escola particular que optaram apenas por escrever, repetiram o que haviam escrito, ou seja, fizeram a leitura das formas de solução por eles indicadas.

Pudemos observar em algumas falas, as formas de interpretação que os alunos apresentaram conforme suas indicações:

- *Num caderno que foi dividido em três matérias cada uma com um número de folhas e pergunta quantas folhas sobraram. Eu respondi que sobraram 225 folhas (*A_2).
- *Eu entendi que tenho que somar 84 com 76 e 65, aí eu vou descobrir o que sobrou. Eu acho que sobraram 225 folhas (*A_3*).*
- *Do caderno de matemática eu gastei 84, do caderno de ciências eu gastei 76 e do caderno de estudos sociais eu gastei 65 (*A_{10}*).*
- *Eu fiz assim: somei 84 com 76 e do resultado tirei 65 e respondi que sobraram 95 (*A_{14}*).*
- *Eu peguei cada caderno de 100 folhas e fui tirando as quantidades que eu gastei, depois somei para ver quanto sobrou de folhas, sobrou 75 (*A_{18}*).*

Percebemos nos argumentos desses alunos que, em determinados momentos eles conseguiram interpretar e indicar formas de soluções adequadas para a resolução do problema,

---

6 Para esses alunos "o escrever" significava indicar as formas de solução para o problema.

porém em outras circunstâncias apresentaram uma interpretação que os afastaram de uma solução correta. Mas há alunos que resolveram parte do problema corretamente e não concluíram a última etapa para solucionar o problema. Temos como exemplo desse caso A_{10}; ou ainda aqueles que fizeram todas as operações, mas não deram a resposta final, (A_{32}).

Assim, verificamos que o problema 2 apresentou dificuldades na interpretação, pois encontramos alunos que não compreenderam que o problema sugeria três cadernos de cem folhas, uma para cada disciplina; alunos que não compreenderam que não era suficiente somar as três quantidades de folhas gastas, para saber quantas sobraram; e finalmente alunos que não compreenderam que subtrair de cem cada quantidade de folhas gastas nas disciplinas, também não seria suficiente e que ainda seria necessário somar essas sobras para concluir a solução do referido problema.

A seguir serão descritas as operações identificadas pelos alunos como formas de solução para o problema 2 , conforme mostra a tabela 6, a seguir.

Tabela 6. Você saberia me dizer qual (s) operação (s) poderia utilizar para resolver o problema 2?

Escolas	Problema 2		
	as	**s**	**ams**
Escola Municipal	11	7	-
Escola Particular	15	11	1
Total	27	18	1

%	67,5	45	2,5

as = adição e subtração s = subtração ams = adição multiplicação e subtração

As possíveis soluções para o problema 2 seriam adição e subtração ou multiplicação e adição e subtração, conforme descrito anteriormente:

- **1ª forma** ⇨ (100 – 84) + (100 – 76) + (100 – 65) = 75
- **2ª forma** ⇨ (100 + 100+ 100) – (84 + 76 + 65) = 75
- **3ª forma** ⇨ (100 x 3) - (84 + 76 + 65) = 75

Verificamos no problema 2, nas duas escolas, que 67,5% dos alunos escolheram a subtração e adição. Os demais escolheram ou adição ou subtração. A partir desses dados criamos uma tabela em que apresentamos a relação entre as escolhas das operações e os acertos e erros desses alunos, conforme a tabela 7 a seguir.

Tabela 7 - Acertos e erros dos alunos da Escola Municipal, conforme suas escolhas das operações para resolver o problema 2.

Tipos de operações	Problema 2	
	acertos	erros
Adição e subtração	7	4
Adição	0	3
Subtração	0	6
Total	7	13

Na escola municipal dos onze alunos (27,5%) que indicaram subtração e adição, sete deles (A_1, A_4, A_8, A_{12}, A_{13}, A_{15}, A_{18}), acertaram a solução do problema. Enquanto os outros quatro alunos (A_6, A_7, A_{14}, A_{17}), erraram o problema por fazer indicações indevidas das operações. Três alunos (A_2, A_3 e A_9) escolheram a adição e todos erraram, pois entenderam que deveriam somar as três quantidades de folhas gastas nas três disciplinas; seis alunos (A_5, A_{10}, A_{11}, A_{16}, A_{19} e A_{20}) que escolheram a subtração, também erraram o problema, quando entenderam que deveriam subtrair todas as quantidades de folhas gastas utilizando apenas um número cem.

Tabela 8 - Acertos e erros dos alunos da Escola Particular, conforme suas escolhas das operações para resolver o problema 2.

Tipos de operações	**Problema 2**	
	Acertos	**Erros**
Adição e subtração	12	4
Adição	0	1
Subtração	2	1
Total	14	6

Na escola particular verificamos que dezesseis alunos (40%) afirmaram que as operações que resolveriam o problema 2 seriam a subtração e adição, desses alunos quatro erraram (A_{25}, $A_{31,}$ A_{33}, e A_{39}) a solução do problema no momento de efetuar as operações ou nas indicações das mesmas. Dos três alunos (A_{30}, A_{37} e A_{38}) que escolheram a subtração, dois deles (A_{30} e A_{37}) acertaram, e A_{38} não conseguiu efetuar corretamente a solução do problema. Finalmente temos um aluno (A_{35}) que fez opção somente pela adição indicando 84 + 76 + 65 = 225, e também errou o problema.

Ao perguntarmos se seriam capazes de escrever a sentença matemática, queríamos avaliar suas formas de interpretação relativa a cada problema, conforme mostra a tabela 9 a seguir.

Tabela 9. Indique a sentença matemática para depois resolver o problema.

Escolas	**Problema 2**	
	ns	**en**
Escola Municipal	19	1
Escola Particular	20	-
Total	39	1
%	97,5	2,5

ns = não sabe **en = expressão numérica**

Nessa pergunta sobre o problema 2, verificamos que a grande maioria dos alunos, nas duas escolas, alegou não saber indicar o problema em forma de sentença matemática. Na escola municipal apenas A_1 indicou a sentença matemática, e na escola particular, os alunos, na sua totalidade desconheciam essa forma de indicação.

A_1

100-84-76-65

Em resumo, constatamos que para verificar a interpretação dos alunos no problema 2, a representação em forma de expressão numérica não é uma prática comum nas escolas pesquisadas. Na escola municipal ainda há um vestígio desse entendimento, porém na escola particular essa prática é totalmente desconhecida, diante da totalidade dos alunos que alegaram não saber utilizar essa forma de representação.

Quando perguntado a respeito da dificuldade do problema, verificamos que mais da metade dos alunos afirmou ter encontrado alguma dificuldade na interpretação no problema 2, conforme mostramos na tabela 10 a seguir.

Tabela 10. Você achou o problema difícil?

Escolas	**Problema 2**		
	f	**mm**	**d**
Escola Municipal	9	8	3
Escola Particular	10	10	-
Total	19	18	3
%	47,5	45	7,5

f = fácil **mm = mais ou menos** **d = difícil**

No problema 2 percebemos que pouco mais da metade dos alunos (52,5%), consideraram que o problema era "mais ou menos difícil" ou "difícil". Na escola municipal 11 alunos (27,5%) afirmaram que o problema era "mais ou menos difícil" ou "difícil", enquanto na escola particular encontramos 10 alunos (25%) com esse tipo de resposta. Encontramos, também 47,5% dos alunos que consideraram o problema "fácil".

Ficou evidenciado que o problema 2, segundo opinião dos alunos, apresentou algum tipo de dificuldade na interpretação e escolha das formas de solução, nas duas escolas pesquisadas.

Quando perguntamos aos alunos a respeito da maior dificuldade encontrada, na opinião deles, esse problema apresentou dificuldades relacionadas com a escolha das formas de solução para o problema, conforme mostramos na tabela 11 a seguir.

Tabela 11. Qual foi sua maior dificuldade?

Escolas	Problema 2	
	ro	n
Escola Municipal	11	9
Escola Particular	11	9
Total	22	18
%	55	45

ro = relacionar às operações **n = nenhuma dificuldade**

No problema 2 observamos que tanto a escola municipal como a escola particular apresentaram o mesmo número de alunos que alegaram dificuldades para interpretar o problema e relacionar as formas de solução necessárias para resolvê-lo. As falas seguintes mostram tais opiniões:

- *Achei o problema difícil, eu não entendi se é um caderno de 100 folhas para as três matérias ou três cadernos para as três matérias (A_5).*

- *Não entendi direito a idéia, não sabia se era um só caderno para as três matérias (A_{25}).*
- *Precisei ler mais de uma vez para descobrir o que fazer com o caderno de 100 folhas para saber qual era a conta (A_{19}).*
- *Não entendia o que o problema queria dizer (A_{13}).*
- *Tenho dúvidas para escolher as contas (A_{6}).*
- *Para descobrir as contas tive que ler umas três vezes, esse problema tem muitos números (A_{14}).*
- *Entender o problema, ainda acho que não entendi porque não usei o número 65 (A_{33}).*
- *Para descobrir o que fazer para saber qual era o total (A_{40}).*

Em resumo: Percebemos que as alegações dos alunos tiveram relação com a interpretação do enunciado do problema, a qual acabou gerando dúvidas na escolha das formas de solução para resolver o problema.

Diante dos resultados apurados no problema 2, ficou evidenciado que os alunos encontraram dificuldades na leitura e interpretação do mesmo. Uma das dificuldades alegadas pelos alunos esteve relacionada à quantidade de números apresentada no problema, e interpretar se as 100 folhas eram para cada disciplina ou se as 100 folhas seriam para as três disciplinas e, finalmente com relação à escolha da forma de solução que deveriam indicar primeiro.

Desse modo podemos inferir que a interpretação desse problema interferiu no desempenho dos alunos das duas escolas.

4.2 Problemas 3 e 4: comparação de estados.

Os problemas 3 e 4 estão associados ao terceiro tipo de relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas (Vergnaud,1981).

Problema 3

Eu tenho 165 cm de altura, meu irmão é 17 cm mais alto que eu. Se eu crescer 15 cm nos próximos anos, quem será mais alto eu ou meu irmão? Quantos centímetros a mais?

Nesse problema consideramos que os alunos poderiam utilizar no conjunto dos números naturais as seguintes formas de soluções aritméticas:

- **1ª** ⇨ (165 + 17) – (165 + 15) = 2
- **2ª** ⇨ 17 – 15 = 2

Problema 4

Ademir é 5 anos mais velho do que Carina e é 6 anos mais novo do que Josemar. Josemar tem 18 anos. Qual é a idade de Carina?

Da mesma forma, neste problema consideramos que a solução possível no conjunto dos números naturais seria:

- **1ª** ⇨ (18 - 6) - 5 = 7

A tabela 12 a seguir descreve a freqüência de acertos e erros dos alunos pesquisados, para que possamos avaliar o desempenho, nos problemas 3 e 4.

Tabela 12. Número de acertos e erros relativos aos problemas 3 e 4 dos alunos da Escola Municipal e Particular.

Escolas Escolas	Problemas			
	P3		P4	
	a	e	a	e
Escola Municipal	7	13	4	14
Escola Particular	16	4	9	11
Total	23	17	13	25
%	57,5	42,5	32,5	62,5

a = acertos **e = erros**

***Na escola municipal dois alunos não fizeram o P4.**

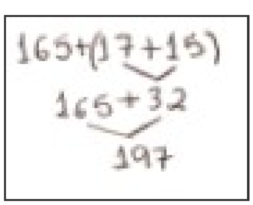
Embora sendo problemas que envolvem comparação de estados, o problema 3 apresentou um índice maior de acertos (57,5 %) que o problema 4 (32,5%). Os alunos apresentaram um desempenho menor, quando se tratou de fazer as relações de comparação entre as idades das três pessoas, como pede o problema 4.

Interessante notar que, embora o número de acertos no problema 4 tenha sido menor para os alunos das duas escolas, esse problema se comparado aos demais, foi relativamente mais difícil para os alunos das duas escolas.

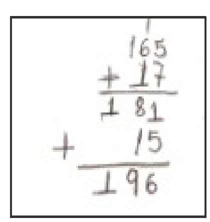
No problema 3 encontramos seis alunos que utilizaram o desenho para indicar sua interpretação (A_1, A_2, A_3, A_5, A_9, A_{20}). Os demais utilizam apenas as operações para indicar sua compreensão.

Alguns alunos interpretaram que a operação que resolveria esse problema seria uma adição dos números 17 e 15 à altura de 165 cm, como é o caso de A_1 e A_7.

A_1

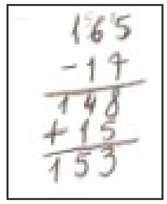


A_7



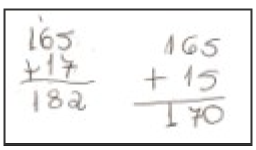
A_5 interpretou o problema como se tivesse que subtrair de 165 cm os 17 cm, a seguir somou 15 cm aos 148 cm, porém não conseguiu responder quantos centímetros a mais tinha seu irmão.

A_5

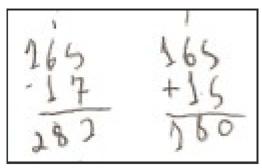


Há também casos de alunos que indicaram a forma de solução do problema, corretamente, porém erraram no momento de efetuar as operações. Nesta condição encontramos A_2, A_{14}, A_{20}, A_{30} e A_{31}.

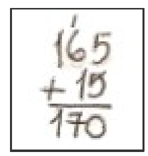
A_2



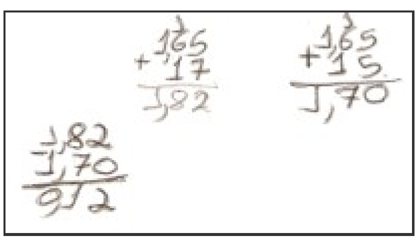
A_{14}



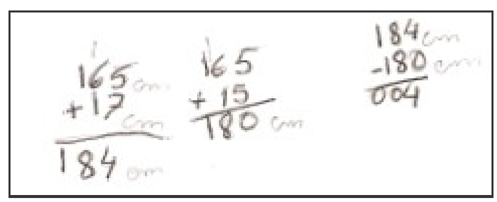
A_{20}



A_{30}



A_{31}



Os demais alunos apresentaram uma certa semelhança na representação das operações, quando somaram cento e sessenta e cinco com dezessete, em seguida cento e sessenta e cinco com quinze e finalizaram subtraindo cento e oitenta e dois de cento e oitenta, tendo assim concluído que ele é mais baixo que o irmão.

O problema 4**,** dos problemas pesquisados, foi o que apresentou o maior índice de erros (62,5%). Além disso, encontramos dois alunos (A_7 e A_{13}) que deixaram de resolver o problema.

Diante dos resultados apurados encontramos na escola municipal somente 4 alunos (A_9, A_{12}, A_{14}, A_{18}) que acertaram o problema, aplicando a forma de solução esperada. Os demais ou erraram na resolução ou deixaram de fazê-lo.

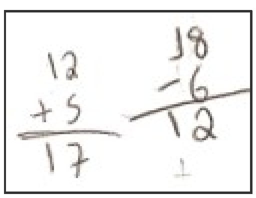
Os oito alunos (A_1, A_2, A_4, A_8, A_{10}, A_{16}, A_{17}, A_{20}), que erraram a solução do problema, só fizeram a primeira parte e consideraram 12 como sendo a idade de Carina.

18 – 6 = 12

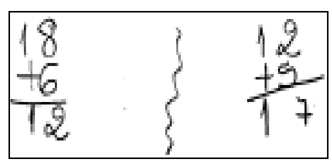
Encontramos ainda A_7 e A_{13}, que tentaram solucionar o problema, mas não conseguiram resolver, deixando o espaço em branco.

Tivemos também A_3 e A_6 que apresentaram as seguintes contas:

A_3



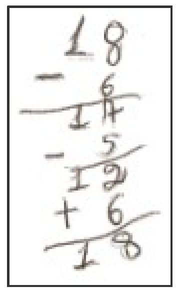
A_6



A_3 indicou a operação 18 – 6 = 12 e A_6, embora tenha indicado 18 + 6 finalizou também dando resultado igual a 12, ou seja, também subtraiu os dois números, porém na segunda operação entendeu que deveria somar doze mais cinco. E assim finalizou considerando que a idade de Carina seria 12 anos.

Outros alunos apresentaram formas de soluções variadas, como A_{11} que somou dezoito com seis e considerou que a idade de Carina seria 24 anos. A_{15} que subtraiu cinco de dezoito e em seguida subtraiu cinco de treze e disse que a idade de Carina era oito anos. E finalmente A_{19} que representou suas operações da seguinte maneira:

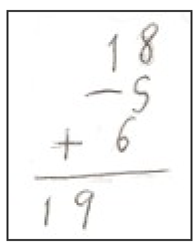
A_{19}



Esse aluno fez várias tentativas e deixou indicadas essas operações.

Finalmente vimos A_5 que indicou as duas operações de uma só vez:

A_5



E finalizou o problema afirmando que dezenove anos seria a idade de Carina.

Dessa forma verificamos que, embora não tenham apresentado dificuldades no reconhecimento das palavras do texto, os alunos apresentaram dificuldades para identificar as relações matemáticas presentes no problema e a partir disso encontrar uma forma de solução adequada.

Após a leitura perguntamos sobre a compreensão dos problemas e verificamos que segundo os próprios alunos a compreensão foi melhor no problema 3, do que no problema 4, conforme podemos ver na tabela 13 a seguir.

Tabela 13. Você entendeu os problemas 3 e 4?

Escolas	Problemas			
	P3		P4	
	s	mm	s	mm
Escola Municipal	8	12	6	14
Escola Particular	16	4	9	11
Total	24	16	15	25
%	60	40	37,5	62,5

s = sim **mm = mais ou menos**

No problema 3, vinte e quatro alunos (60%), afirmaram que compreenderam o que o texto dizia e os demais que compreenderam “mais ou menos”.No problema 4, do total de alunos, quinze (37,5%), afirmaram que compreenderam as formas de solução, enquanto, mais da metade, vinte e cinco alunos (62,5%) disseram que entenderam “mais ou menos”.

No problema 3 na escola municipal, 8 alunos disseram que compreenderam as formas de solução do problema, enquanto 12 alunos responderam “mais ou menos”. Mesmo tendo afirmado que compreendeu “mais ou menos” o problema, A_3 apontou a forma de solução correta do problema. Por outro lado, A_9 que afirmou ter compreendido, acabou errando a resolução desse problema.

Na escola particular dezesseis alunos (40%) afirmaram ter compreendido as formas de solução do problema. Dos quatro alunos (A_{28}, A_{29}, A_{34}, A_{35}) que disseram ter compreendido "mais ou menos", nenhum deles errou a solução do mesmo. Por outro lado quatro alunos (A_{21}, A_{30}, A_{31}, A_{38}), que erraram o problema afirmaram que o problema era fácil.

O problema 4 foi o que registrou, conforme relatos dos alunos, um número bastante elevado de dificuldades na leitura e interpretação. Na escola municipal encontramos um grupo significativo de 14 alunos (35%), que apresentou dúvidas com relação à compreensão da leitura do problema e na escolha das formas de solução. Algumas dessas dificuldades podem ser observadas nas falas de alguns alunos:

- *Não entendi direito porque fala de três idades, do Ademir, da Carina e Josemar e eu fiz só dezoito menos seis (A_1).*
- *Eu tentei fazer cinco mais seis, aí deu onze, aí eu diminuí dezoito, eu resolvi apagar porque acho que tá errado (A_7).*
- *Eu fiz dezoito mais seis e deu vinte e quatro, só que tem mais um número e eu não sei como faz (A_{11}).*

Há nesse grupo cinco alunos (A_6, A_8, A_{10}, A_{11}, A_{15}) que afirmaram que o problema era de fácil compreensão, porém no momento de escolher a forma de solução, erraram o resultado do mesmo.

Os alunos da escola particular apresentaram um índice menor de dificuldades na leitura e interpretação, se comparados à escola municipal, mas ainda assim ultrapassou a metade do grupo. Dentre as dificuldades alegadas pelos alunos, verificamos que estavam relacionadas com o a interpretação do problema e as formas de solução, pois os seis alunos (A_{25}, A_{26}, A_{31}, A_{35}, A_{38}, A_{39}) que erraram, apenas indicaram: 18 – 6 = 12 e não interpretaram que haveria mais uma operação para concluir o problema.

Os alunos (A_{21}, A_{27}, A_{32}, A_{33}) indicaram inicialmente a operação: 18 – 6 = 12, na seqüência realizaram a operação: 12 + 5 = 17, dessa forma afirmaram que 17 seria a idade de Carina. E finalmente A_{40} que indicou inicialmente 18 – 6 = 12 e em seguida 12 – 5 = 7 e finalizou indicando a operação 7 + 5 = 12, considerando que 12 seria a idade de Carina.

Os alunos A_{26}, A_{31}, A_{38}, A_{39}, A_{40}, mesmo tendo afirmado que o problema 4 era fácil, não conseguiram acertar a resposta final.

Em resumo, constatamos que os problemas 3 e 4 apresentaram dificuldades, na leitura e interpretação e na escolha das formas de soluções para resolvê-los, sendo P4 o de maior dificuldade, conforme avaliação dos alunos, tanto da escola municipal quanto da escola particular. Cabe ressaltar que os alunos da escola municipal afirmaram ter mais dúvidas quanto à leitura e a escolha da solução dos dois problemas do que os da escola particular. Interessante observar que muito dos alunos que afirmaram haver compreendido "mais ou menos os problemas", acertaram. E muitos que disseram ser fácil erraram. Isso pode significar que, mesmo acertando, os alunos tinham clareza de que não eram problemas simples. Já os alunos que acharam fácil, com certeza não perceberam a complexidade dos mesmos.

Ao perguntarmos se seria necessário ler novamente os problemas, alguns alunos manifestaram a vontade de reler o problema 3, porém no problema 4 mais da metade sentiu a necessidade de fazer uma nova leitura, conforme podemos ver na tabela 14 a seguir.

Tabela 14. É necessário ler os problemas novamente?

Escolas	Problemas			
	P3		P4	
	s	n	s	n

Escola Municipal	11	9	13	7
Escola Particular	4	16	10	10
Total	15	25	23	17
%	37,5	62,5	57,5	42,5

s = sim **n = não**

No problema 3 os alunos das duas escolas não manifestaram grande interesse em ler novamente. Dos alunos pesquisados, quinze (37,5%) indicaram a necessidade de uma nova leitura para melhor interpretar as formas de solução do problema. Observamos que, na escola municipal, mesmo tendo apresentado mais alunos interessados em fazer uma nova leitura, ainda assim o número de erros foi bastante elevado, o que nos leva a crer que foi difícil para esses alunos a interpretação do texto deste problema.

Quanto ao problema 4, na escola municipal encontramos 13 alunos (32,5%) que sentiram a necessidade de fazer uma nova leitura, enquanto na escola particular a opção por uma nova leitura ficou em 50% para cada categoria. Nesse problema os alunos demonstraram dificuldades na leitura e interpretação, embora 42,5% dos alunos, afirmaram que não seria necessária uma nova leitura, alegando que o problema era fácil.

Concluindo, verificamos que os alunos interessados em fazer uma nova leitura para melhor interpretar os problemas 3 e 4, foi maior que o número de alunos que fizeram essa opção no problema 2. Isso é mais um indicativo de que as relações matemáticas presentes nesses problemas foram mais difíceis de identificar para os alunos no geral, e em particular pelos alunos da escola municipal.

Quando perguntamos se existiam palavras desconhecidas no texto do problema, todos os alunos, tanto da escola municipal como da escola particular, foram enfáticos em afirmar que todas as palavras eram do seu conhecimento.

No problema 4, como nos anteriores, verificamos que não foi o desconhecimento das palavras que dificultou a escolha das formas de solução para esse problema. A fala de A_1 "*as palavras eu entendi, o problema que é meio complicado"* é um bom exemplo disso.

Ao solicitar aos alunos que desenhassem ou escrevessem o que entenderam sobre o problema 3 e 4, verificamos mais uma vez a preferência em representar os problemas na forma de linguagem escrita, conforme a tabela 15 a seguir

Tabela 15. Do que entendeu, você poderia desenhar ou escrever o que os problemas estão contando?

Escolas	Problemas			
	P3		P4	
	d	e	d	e
Escola Municipal	6	14	5	15
Escola Particular	-	20	-	20
Total	6	34	5	35
%	15	85	12,5	87,5

d = desenha e = escreve

Constatamos no problema 3, assim como aconteceu no problema 2 que somente os alunos da escola municipal manifestaram a representação por meio de desenhos e assim mesmo em pequeno número. Na escola particular verificamos que a totalidade dos alunos preferiu apenas escrever para mostrar sua interpretação do problema.

No problema 4, os alunos demonstraram uma certa dificuldade em representar sua interpretação por meio do desenho. Na escola municipal ainda tivemos um percentual pequeno de alunos que se habilitou em representar esse problema utilizando o desenho, e na escola particular não encontramos nenhum aluno que se dispusesse a utilizar essa forma de representação.

Nos desenhos encontramos dois tipos de representações:

1. Representação pictórica parcial, ou seja, fazendo apenas referência a elementos ou indicando situações que são relatadas no enunciado do problema.

No problema 3 encontramos A_2, A_3, A_5, A_9 e A_{20} que utilizaram essa forma de indicação para representar seus desenhos. Apenas A_1 realizou um desenho onde mostra a indicação de uma subtração.

No problema 4 encontramos A_2, A_3, A_5 e A_{20} que também utilizaram dessa representação, em que as figuras se apresentam de forma distribuídas por alturas, normalmente um menino mais alto, a menina menor e o outro menino mediano. Não há nesses desenhos demonstrações de formas de solução para o problema.

2. Representação Pictórica indicando operação.

Nessa categoria encontramos apenas A_1 que apresentou essa indicação tanto no problema 3 como no problema 4.

Em síntese constatamos que, nos problemas 3 e 4, a maioria dos alunos desenhou fatos que se associavam a elementos do texto do problema,mas não às transformações. Assim como aconteceu no problema 2, nos problemas 3 e 4 as representações pictóricas foram apenas dos alunos da escola municipal. Mesmo assim essas representações diminuíram consideravelmente.

Solicitamos aos alunos que explicassem o significado dos desenhos, conforme a tabela 16 a seguir.

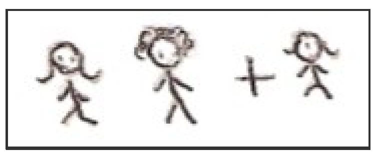
Tabela 16. Explique o que você desenhou.

Escolas	Problemas			
	P3		P4	
	rp	o	rp	o
Escola Municipal	5	1	4	1
Escola Particular	-	-	-	-
Total	5	1	4	1
%	12,5	2,5	10	2,5

rp = representação parcial **ro = representação da operação**

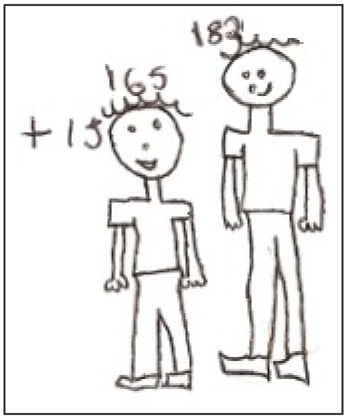
Na escola municipal somente seis alunos utilizaram a representação pictórica na tentativa de demonstrar sua interpretação no problema 3. A_1 utilizou, no seu desenho, a representação que indicava uma operação.

A_1

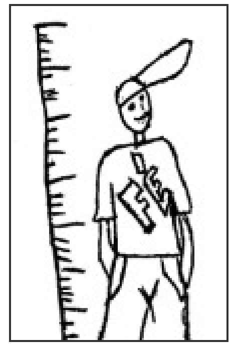


Cinco alunos (A_2, A_3, A_5, A_9 e A_{20}), na demonstração através do desenho, indicaram situações que não sugeriam operações, apenas uma forma de representar o enunciado do problema, mostrando a relação da altura entre as crianças.

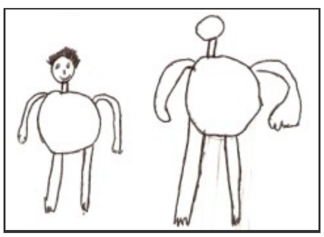
A_2



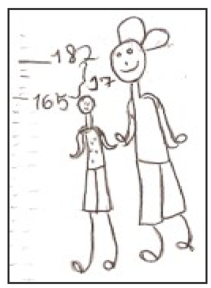
A_3



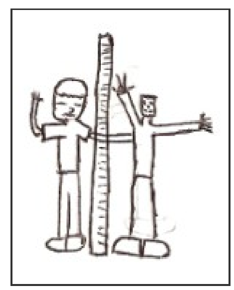
A_5



A_9



A_{20}



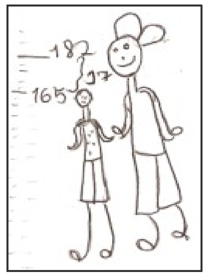
Nas explicações sobre os seus desenhos também confirmavam o próprio enunciado do problema como podemos observar nas falas a seguir:

- *Eu tenho 165 cm mais 17cm mais 15 cm. Eu acho que fiz um erro, posso* arrumar? (A_1)
- *Que eu tenho 165 cm e meu irmão é mais alto, ele tem 182 cm (A_2).*
- *Que meu irmão é mais alto (A_3).*

Quanto ao pedido de A_1 solicitando a correção do que havia feito, a pesquisadora permitiu que ele o fizesse, mesmo assim esse aluno não conseguiu finalizar corretamente este problema.

No geral esses alunos resolviam primeiro os problemas para fazer o desenho, como podemos observar no desenho de A_9, no qual junto ao desenho aparece também a altura de cada um dos irmãos.

A_9



No problema 3 encontramos um percentual elevado de alunos (85%), nas duas escolas, que fizeram a opção em representar o problema usando a escrita, alegando que era difícil ou por não querer representar o problema utilizando o desenho. Na escola municipal 14 alunos (35%) optaram por escrever a interpretação do problema, indicando as formas de solução, e na escola particular todos utilizaram a mesma indicação.

Na explicação sobre o significado do que escreveram, os alunos normalmente faziam uma explanação do desenvolvimento das operações por eles realizadas, conforme mostram as falas de alguns alunos:

- *Que meu irmão é mais alto 17 cm (aí eu somei 165 mais 17) e eu vou crescer 15 cm (aí eu somei 165 mais 15), daí o meu irmão vai ficar 2 cm mais alto (A_4).*
- *Eu vou crescer 15 cm eu somo, aí eu fico com 180 cm depois eu tiro 17cm que vai dar 163 cm (A_{16}).*

Nos relatos desses alunos, A_4 conseguiu estabelecer os procedimentos adequados e acertou o problema, enquanto A_{16}, indicou a primeira conta corretamente, porém ao indicar a segunda se atrapalhou e acabou subtraindo, ficando confuso quanto à resposta do problema.

- *Se eu crescer 15 cm fico com 180 (A_{19})*

  Entrevistador: só isso?

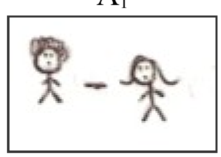
  A_{19}: só, foi o que eu entendi.

Este aluno não observou as perguntas do problema e tampouco atentou para dar a resposta final, não percebendo que o problema estava incompleto.

No problema 4 somente os alunos da escola municipal apresentaram alguma forma de interpretação do problema, por meio do desenho. Os alunos da escola particular não conseguiram utilizar este tipo de representação.

Dos alunos da escola municipal que representaram sua interpretação por meio do desenho, A_1 indicou a operação de subtração em que mostrou a forma de solução para o problema.

A_1

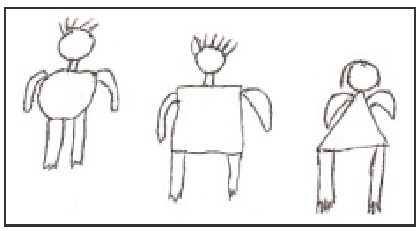


A_2, A_3, A_5 e A_{20} fizeram seus desenhos indicando situações que faziam alguma relação com o texto do problema, conforme podemos ver nos desenhos a seguir:

A_2

A_3

A_5



A_{20}

Neste problema constatamos que se reduziu a presença da representação por meio do desenho, em relação aos anteriores.

Verificamos ainda que a explicação dos alunos foi muito próxima ao próprio desenho, conforme suas falas:

- *Eu desenhei, o Ademir menos a Carina. Não entendi direito porque fala de três idades e eu só fiz dezoito menos seis (A_1)*
- *Eu entendi que a Carina é mais nova que o Ademir, ela tem 12 anos (A_2).*
- *Eu desenhei a Carina que é mais nova, o Ademir e o Josemar que é o mais velho (A_3).*

A_3 na sua explicação deixou clara a sua compreensão da seqüência das idades dos três garotos, porém ao efetuar as operações fez uma certa confusão entre as idades de cada um e acabou errando a solução do problema.

- *Não sei explicar direito, só sei que um é mais velho que o outro e é a Carina que tem 19 anos (A_5).*
- *Tem um que é mais velho, ela tem 12 anos e tem o outro menino (A_{20}).*

A maioria dos alunos da escola municipal e todos da escola particular preferiram representar o problema 4 por meio da linguagem escrita. Suas explicações estiveram voltadas para as indicações das operações por eles escolhidas, como podemos observar nas falas de alguns alunos:

- *Que Josemar tem dezoito anos e Carina é seis anos mais nova, ela tem 12 anos (A_4).*
- *Eu fiz dezoito mais seis e deu vinte e quatro, só que no problema tem mais números... eu não sei o que fazer (A_{11}).*
- *Eu peguei dezoito e tirei cinco e deu treze, daí eu diminuí cinco e deu oito, que é a idade da Carina (A_{12}).*
- *É que um é mais velho, ela tem doze anos e tem o outro... (A_{20}).*
- *Eu diminuí seis e depois diminuí cinco e achei o resultado (A_{22}).*
- *Eu diminuí da idade de Josemar seis anos e descobri que Carina tem doze anos (A_{25}).*

- *Eu fiz dezoito menos seis, depois somei cinco e descobri que Carina tem doze anos e Ademir dezessete (A_{32}).*

Em síntese, mediante as falas desses alunos verificamos o quanto foi difícil a interpretação dos problemas 3 e 4. A representação pictórica foi utilizada por um número menor de alunos que no problema 2 e somente pelos alunos da escola municipal. Dos que a utilizaram somente um aluno no problema 3 e no problema 4, indicaram desenhos que sugeriam uma operação, os demais indicaram representações relacionadas a elementos do enunciado do problema. Esse dado pode indicar que as representações se tornam mais difíceis de serem elaboradas, quando as relações matemáticas do problema são mais complexas.

Na continuidade das nossas perguntas, solicitamos aos alunos que indicassem a operação adequada à resolução dos problemas 3 e 4, conforme mostra a tabela 17, a seguir.

Tabela 17. Você saberia me dizer qual (s) operação (s) poderia utilizar para resolver esses problemas?

Escolas	Problemas											
	P3						P4					
	as		a		s		as		a		s	
	c	e	c	e	c	e	c	e	c	e	c	e
Escola Municipal	3	5	4	7	-	1	-	3	-	2	4	9
Escola Particular	6	-	10	2	2	-	-	5	-	-	9	6
Total	9	9	14	9	2	1	-	8	-	2	13	15
%	22,5	22,5	35,0	22,5	5,0	2,5	0,0	20,0	0,0	5,0	32,5	37,5

as = adição e subtração **a = adição** **s = subtração** **c = solução correta**
Nota: Somente dois alunos não fizeram o problema 4

As soluções adequadas para os problemas, conforme já enunciado seriam:

Problema 3 - adição e subtração, ou apenas subtração.

- **1ª** ⇨ (165 + 17) – (165 + 15) = 2
- **2ª** ⇨ 17 – 15 = 2

Problema 4 - duas subtrações

- **1ª** ⇨ (18 - 6) - 5 = 7

A tabela 17 mostra que as operações mais escolhidas, como forma de solução no problema 3, foi a adição e subtração correspondendo a 45%, porém os acertos foram de 22,5%. Outra operação escolhida foi a adição representando 45% e o número de acertos ficou em 35%. No problema 4 a operação mais escolhida foi a subtração com 70% de preferência, no entanto 32,5% conseguiram acertar sua solução.

No problema 3 houve um empate quanto à opção pela adição e adição seguida de subtração (45%) no total de alunos das duas escolas. E no problema 4**,** verificamos que 70% dos alunos escolheram a subtração. A partir desses dados apresentamos na tabela 18 a relação entre as escolhas das operações e os acertos e erros desses alunos, por escola.

Tabela 18. Acertos e erros dos alunos da Escola Municipal, conforme escolhas das operações para resolver o problema 3 e 4.

Tipos de operações	P3		P4	
	acertos	**erros**	**acertos**	**erros**
Subtração e adição	5	5	1	3
Adição	2	6	0	1
Subtração	0	2	3	10
Total	7	13	4	14

*** Dois alunos não fizeram o problema 4**

No problema 3**,** dez alunos da escola municipal (A_3, A_8, A_9, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}, A_{18}, A_{19}, A_{20}), afirmaram que as operações necessárias para resolver esse problema seria a subtração e a adição. Metade desses alunos (A_3, A_8, A_{13}, A_{15}, A_{18}), acertou a solução do problema. Dos oito alunos que escolheram a adição (A_1, A_2, A_4, A_6, A_7, A_{10}, A_{12}, A_{17}), somente A_4 e A_6 conseguiram acertar o problema, mesmo não tendo feito a diferença entre as duas primeiras operações, provavelmente fizeram a diferença mentalmente. A_5 e A_{11} escolheram a subtração e não conseguiram chegar à resposta adequada.

No problema 4, os alunos A_5, A_6, A_{19}, apontaram a subtração e adição como as possíveis operações que resolveriam o referido problema.

A_{11} escolheu a adição e não conseguiu concluir o problema. Dos treze alunos (A_1, A_2, A_3, A_4, A_8, A_9, A_{10}, A_{12}, A_{14}, A_{15}, A_{16}, A_{17}, A_{18}, A_{20}) que escolheram a subtração, apenas A_9, A_{12}, A_{14} e A_{18} conseguiram concluir corretamente o problema. E finalmente A_7 e A_{13} que não conseguiram resolver o problema.

Tabela 19. Acertos e erros dos alunos da Escola Particular, conforme escolhas das operações para resolver o problema 3 e 4.

Tipos de operações	P3		P4	
	acertos	erros	acertos	erros
Subtração e adição	7	2	0	5
Adição	7	2	-	-
Subtração	2	0	9	6
Total	16	4	9	11

O problema 3, na escola particular, constatamos que dos nove alunos (A_{28}, A_{29}, A_{30}, A_{31}, A_{32}, A_{33}, A_{34}, A_{35}, A_{39}), que escolheram a subtração e a adição, apenas A_{30} e A_{31} erraram o problema.

Nove alunos escolheram a adição (A_{21}, A_{23}, A_{24}, A_{25}, A_{26}, A_{27}, A_{36}, A_{38}, A_{40}), desses apenas A_{21} e A_{38} erraram a solução do problema. Finalmente A_{22} e A_{37} escolheram a subtração e acertaram a solução.

No problema 4 na escola particular, cinco alunos (A_{21}, A_{27}, A_{32}, A_{33}, A_{40}), escolheram a subtração e a adição e todos erraram a solução. E quinze alunos (A_{22}, A_{23}, A_{24}, A_{25}, A_{26}, A_{28}, A_{29}, A_{30}, A_{31}, A_{34}, A_{35}, A_{36}, A_{37}, A_{38}, A_{39}), escolheram a subtração e desses, seis alunos (A_{25}, A_{26}, A_{31}, A_{35}, A_{38} e A_{39}) erraram a solução do problema.

Resumindo, as formas de solução para esses problemas revelam que mais da metade dos alunos, escolheram formas de solução adequadas, ressaltando-se que esse resultado foi bem melhor para o P4 (70%) do que para P3 (55%). Chama atenção esse resultado, tendo em vista que nas outras questões, ficou clara a maior dificuldade expressa pelos alunos a respeito desses problemas, principalmente do 4. No entanto acertar a escolha da operação não garantiu acertar a solução do problema, pois os alunos erraram nos cálculos ou na seqüência das operações. Em outras palavras parece que os alunos tinham noções, um pouco vaga de que o problema apresentava idéias aditivas ou subtrativas, porém não conseguiram expressar a seqüência estado - transformação, de tal forma que fosse apropriada à resolução do problema.

Ao solicitar aos alunos que indicassem a sentença matemática do problema 3, com o propósito de verificar sua interpretação, quase a totalidade dos alunos afirmaram não saber a representação da sentença matemática; no problema 4 esse número foi ainda mais reduzido, conforme podemos observar na tabela 20, a seguir.

Tabela 20. Indique a sentença matemática para depois resolver o problema.

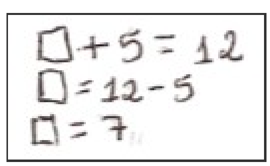
Escolas	Problemas				
	P3		P4		
	n	e	n	e	i
Escola Municipal	19	1	18	1	1
Escola Particular	20	-	20	-	-
Total	39	1	38	1	1
%	97,5	2,5	95	2,5	2,5

n = não sabe **e = expressão numérica** **i = indicação inadequada**

No problema 3, a grande maioria dos alunos (97,5%) não conseguiu indicar a sentença matemática, e o único aluno (A_1) que o fez indicou na forma de expressão numérica, somando a 165 cm 17 cm e 15 cm obtendo um total de 197 cm, em seguida subtrai 165 de 197 resultando em 42.

No problema 4 observamos que os alunos da escola municipal ainda fizeram a tentativa de indicar a sentença matemática, enquanto os alunos da escola particular não conseguiram fazê-lo. Somente os alunos A_{15} e A_{18} utilizaram essa representação para o problema 4. A_{15} fez uma indicação em forma de expressão numérica, mas não utilizou corretamente os dados. Enquanto A_{18} indicou uma parte da operação do problema utilizando a forma de sentença matemática aberta[7] como podemos ver na figura a seguir.

A_{18}



No problema 3 e 4 quase a totalidade dos alunos da escola municipal e todos da escola particular alegaram não saber utilizar essa forma de representação. Como já dissemos, esse dado, assim como no caso do problema 2, pode ser um indicativos de como o ensino de

[7] Sentença matemática aberta é um recurso da matemática utilizado quando não podemos atribuir imediatamente um valor verdadeiro ou falso a estas sentenças. (Giovanni, 1985, p.65)

matemática tem trabalhado as representações matemática, ou seja sem nenhuma ou pouca articulação do raciocínio matemático e suas diferentes formas de representá-lo, em favorecimento apenas das fórmulas e cálculos, que parecem ser mais rápidos e econômicos.

Quando perguntamos sobre a interpretação do problema 3 verificamos, conforme suas opiniões, que a maioria dos alunos não considerou que o problema era difícil. Porém verificamos no problema 4 que, metade do grupo pesquisado apresentou algum tipo de dificuldade na interpretação do mesmo, conforme a tabela 21 a seguir.

Tabela 21. Você achou os problemas difíceis?

Escolas	**Problemas**					
	P3			**P4**		
	f	**mm**	**d**	**f**	**mm**	**d**
Escola Municipal	10	9	1	8	9	3
Escola Particular	16	4	-	12	8	-
Total	26	13	1	20	17	3
%	65	32,5	2,5	50	42,5	7,5

f = fácil **mm = mais ou menos** **d = difícil**

Constatamos nas duas escolas que os alunos consideraram que o problema 3 foi mais fácil do que o 4.

Na escola municipal, metade dos alunos disse que encontrou dificuldade para interpretar o problema 3. Observamos também que dos alunos que erraram o problema, seis deles (A_2, A_5, A_9, A_{10}, A_{12}, e A_{14},) consideraram o problema fácil.

Na escola particular apenas quatro alunos (A_{28}, A_{29}, A_{34}, A_{35},) afirmam ter alguma dificuldade na interpretação desse problema, no entanto não foram esses que erraram; os alunos (A_{21}, A_{30}, A_{31}, A_{38},) que erraram este problema não o consideraram difícil.

Dos alunos pesquisados sete (A_3, A_4, A_6, A_8, A_{10}, A_{11}, A_{15}) afirmaram não encontrar dificuldades na leitura e interpretação, porém erraram na solução desse problema. Apenas A_{14} afirmou que o problema era fácil e realmente o acertou.

Na escola particular doze alunos afirmaram não ter encontrado dificuldades na interpretação do problema, no entanto constatamos que seis deles (A_{26}, A_{31}, A_{33}, A_{38}, A_{39}, A_{40}), resolveram o problema e erraram a solução.

Quando perguntamos sobre a dificuldade no problema 3, a impressão que os alunos deixaram é de que o problema não era tão difícil, porém ao compararmos essa resposta com o número de acertos, que foi pouco mais da metade, a conclusão é que a leitura e a interpretação desse problema não foi tão simples assim.

Quanto ao problema 4, que muitos alunos disseram que era um problema de fácil interpretação, foi o problema com o maior número de erros.

Sintetizando, os dados dessa questão confirmam os da questão anterior, ou seja, há várias contradições na avaliação que o aluno faz a respeito do que é fácil ou difícil. Os que disseram que era fácil muitas vezes erraram e os que disseram que era difícil acertaram. De qualquer forma, para os alunos das duas escolas o problema 4 foi mais difícil, embora 70% das formas de solução tenham sido indicadas corretamente, isso não garantiu uma resolução satisfatória.

Quando perguntamos a respeito das maiores dificuldades na leitura e interpretação do problema 3, verificamos que a maioria dos alunos afirmou não ter nenhuma dificuldade; enquanto no problema 4 encontramos um número um pouco maior de alunos que disseram ter encontrado algumas dificuldades, conforme a tabela 22 a seguir.

Tabela 22. Qual foi a sua maior dificuldade?

Escolas	Problemas			
	P3		P4	
	ro	n	ro	n
Escola Municipal	10	10	12	8
Escola Particular	4	16	10	10
Total	14	26	22	18
%	35	65	55	45

ro = relacionar às operações **n = nenhuma dificuldade**

Os resultados do problema 3 indicaram que pouco mais da metade dos alunos disseram que não encontraram dificuldades para indicar as formas de solução. Enquanto o problema 4 mostrou que os alunos encontraram maior dificuldade para interpretá-lo e resolvê-lo.

Verificamos que os alunos da escola municipal apresentaram maiores dificuldades, no problema 3, com relação à leitura e interpretação, pois metade desses alunos afirmou que a maior dificuldade foi compreender o problema e relacionar as formas de solução, conforme vemos em algumas falas:

- *Tive um pouco de dificuldade para entender o problema (A_1).*
- *Acho que me confundi (A_2).*
- *Tive que ler duas vezes para entender o que era quantos centímetros a mais (A_{15}).*
- *Achei meio difícil, acho que tá tudo errado, não sei que conta faço primeiro (A_7).*
- *Achei difícil descobrir a conta li mais de uma vez (A_{28}).*
- *Li duas vezes porque achei meio difícil escolher a conta (A_{35}).*

Conforme as falas dos alunos verificamos que a maior dificuldade esteve relacionada à leitura e interpretação do problema para adequar a escolha das operações que melhor resolvesse esse problema.

No problema 4 constatamos que na escola municipal a maioria dos alunos apresentou alguma dificuldade na leitura e interpretação do referido problema, enquanto na escola particular metade do grupo apresentou dificuldades também relacionadas com a leitura e interpretação.

Podemos observar tais dificuldades nas falas de alguns alunos:

- *Estou com dúvidas, não sei, o problema é muito difícil (A_7).*
- *Não consigo entender o que eu tenho que fazer primeiro. Li três vezes e ainda não consigo fazer (A_{13}).*
- *Meio difícil tive que pensar um pouco para descobrir o que fazer (A_{21}).*
- *Não entendia direito o que o texto mostrava (A_{25}).*
- *Não achei muito difícil, não entendia direito o que o problema estava dizendo, que conta eu fazia primeiro (A_1).*
- *Acho que errei a conta (A_3).*

Os problemas 3 e 4 representavam o 3º tipo de relações de base (comparação de estados). Ao examinarmos os dois problemas de comparação, tivemos a intenção de verificar se a interpretação dos problemas e as formas de solução usadas seriam semelhantes. Os resultados que acabamos de descrever apontam alguns aspectos comuns nesses problemas, advindos de uma linguagem ambígua que os tornam mais complexos e difíceis para o aluno.

4.3. Problemas 1, 5 e 6: composição de duas transformações.

Os problemas 1, 5 e 6 estavam associados ao quarto tipo de relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas (Vergnaud ,1981).

Problema 1:

Rogério tinha 218 figurinhas. Jogando com Pedro, perdeu 74. A seguir jogando com Francisco, Rogério ganhou 87 figurinhas. Com quantas figurinhas ele ficou após jogar com Pedro e Francisco?

Neste problema consideramos, a priori, que os alunos poderiam utilizar, no conjunto dos números naturais as seguintes formas de soluções aritméticas para resolvê-lo, baseado nas possibilidades que o problema aponta:

- **1ª** ⇨ (218 – 74) + 87 = 231
- **2ª** ⇨ (218 + 87) – 74 = 231
- **3ª** ⇨ 218 + (87 – 74) = 231

Problema 5

Um ônibus chegou a um ponto com 45 passageiros. Desceram 13 passageiros e subiram 8. Depois de algum tempo de viagem parou novamente e nessa parada desceram 3 passageiros e subiram 12. Com quantos passageiros o ônibus chegou ao final da viagem?

Neste problema consideramos que os alunos poderiam utilizar no conjunto dos números naturais as seguintes formas de soluções aritméticas para resolvê-lo:

- 1ª ⇨ 45 – 13 + 8 – 3 + 12 = 49

- 2ª ⇨ 45 + (8 +12) – (13 + 3) = 49

Problema 6

Para fazer uma instalação elétrica, Juca comprou, inicialmente, 72 metros de fio. Como essa quantidade foi insuficiente, ele comprou mais 38 metros do mesmo fio. Sabendo-se que ele usou 95 metros de fio para fazer a ligação, quantos metros de fio restaram?

Neste problema consideramos que os alunos poderiam utilizar no conjunto dos números naturais a seguinte forma de solução aritmética para resolvê-lo:

- (72 + 38) – 95 = 15

A tabela 23 a seguir descreve a freqüência de acertos e erros nos problemas 1, 5 e 6, dos alunos pesquisados, para que possamos avaliar o seu desempenho.

Tabela 23. Número de acertos e erros relativos aos problemas 1, 5 e 6 dos alunos da Escola Municipal e Particular.

Escolas	Problemas								
	P1			P5			P6		
	a	e	nf	a	e	nf	a	e	nf
Escola Municipal	17	3	-	18	2	-	14	5	1
Escola Particular	17	3	-	16	4	-	17	3	-
Total	34	6	-	34	6	-	31	8	1
%	85	15	-	85	15	-	77,5	20	2,5

a = acertos **e = erros** **nf = não fez**

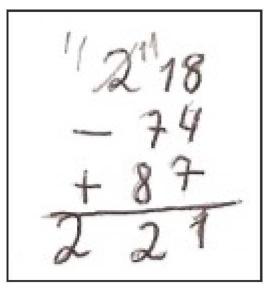
Dos quarenta alunos pesquisados verificamos que 34 deles acertaram e 6 erraram o problema 1. Verificamos que 17 alunos da escola municipal e também 17 da escola particular conseguiram acertar o problema 1. Na escola municipal a maioria dos alunos conseguiu ler e interpretar o problema 1 e relacionaram corretamente às suas formas de solução. Os alunos que não conseguiram acertar o primeiro problema fizeram indicações inadequadas das formas de solução, utilizaram apenas uma operação ou ainda erraram ao efetuar a operação escolhida.

O problema 5 e o problema 1 apresentaram os melhores resultados, revelando que foram os problemas que os alunos, aparentemente, não encontraram dificuldades para interpretá-los.

O problema 6 também nos revelou um bom índice no seu resultado, em que verificamos que 31 dos alunos pesquisados conseguiram responder corretamente.

No problema 1 A_5, indicou nas suas formas de solução, a subtração e a adição de uma só vez. Como mostramos abaixo:

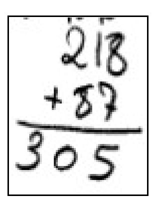
A_5



Observamos que este aluno indicou corretamente a seqüência das formas de solução, porém indicou as duas operações como se fosse uma só conta. Acreditamos que em conseqüência dessa indicação, não tenha conseguido chegar ao resultado desejado.

Já o aluno (A_{11}) utilizou a forma de solução do problema 1, da seguinte maneira:

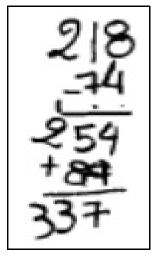
A_{11}



Este aluno realizou apenas uma das duas operações necessárias para resolver o problema 1, conforme as possíveis formas de soluções descritas para esse problema, ou seja, apenas observou as figurinhas que Rogério ganhou e não atentou para as figurinhas por ele perdidas.

O A_{20}, indicou as duas operações corretamente, porém errou no momento de efetuá-las.

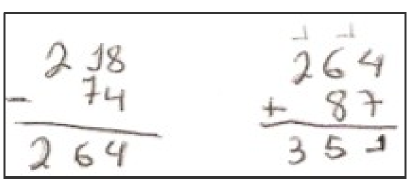
A_{20}



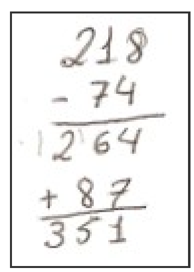
Este aluno ao efetuar a primeira operação se equivocou dando como resultado o número 254, onde deveria aparecer 144; a partir desse erro, conseqüentemente, errou a soma com 87 que deveria resultar em 231.

Na escola particular, a maioria dos alunos também interpretou e relacionou corretamente as formas de solução do problema 1. Os alunos A_{26} e A_{31}, indicaram adequadamente as formas de solução do problema, porém cometeram o mesmo erro no momento de efetuar a primeira conta, o que acarretou erro também na segunda conta. Como podemos ver em suas indicações.

A_{26}

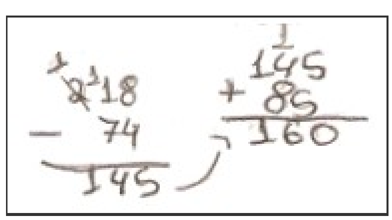


A_{31}



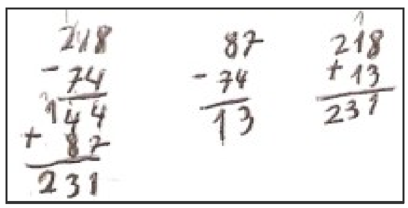
O aluno (A_{34}) indicou a primeira forma de solução corretamente, mas errou ao efetuar a conta, e quando indicou a segunda forma de solução trocou a parcela 87 por 85.

A_{34}



As indicações dos alunos da escola particular apresentaram-se muito semelhantes nas formas de solução escolhidas. Quase todos os alunos iniciaram com a subtração e finalizaram com a adição. Somente A_{22} utilizou uma estratégia um pouco diferente, ao finalizar as duas contas, ele testou os resultados, utilizando a troca dos termos, talvez para tirar a prova real, apenas esse aluno verificou o resultado do problema depois de resolvido.

A_{22}



No problema 1**,** ao finalizar os cálculos a maioria dos alunos deu a resposta ao problema concluindo seu raciocínio relativo às operações, com exceção de sete alunos (A_5, A_7, A_8, A_{10}, A_{14}, A_{16}, A_{19}) da escola municipal e dois alunos (A_{32} e A_{37}) da escola particular. Nesse mesmo problema, a maioria dos alunos, das duas escolas, (14 da escola municipal e 19 da escola particular), consideraram fáceis a leitura e interpretação desse problema.

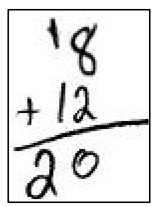
Ao observarmos, nas duas escolas, o número de acertos e erros, verificamos que o problema 1 apresentou, na leitura e interpretação, maior grau de compreensão para os alunos diante do pequeno número de erros registrado.Quando perguntados quanto à compreensão do problema 1, a maioria dos alunos (77,5%) indicou "sim", ou seja, que compreendeu o problema 1, os demais alunos (22,5%) afirmaram que compreenderam "mais ou menos".

Em resumo, no problema 1 os alunos pesquisados apresentaram uma boa compreensão, principalmente na escola particular com quase a totalidade dos alunos afirmando que compreendeu o problema. Na escola municipal o índice não foi tão alto, porém ultrapassou a metade dos alunos pesquisados.

Dos seis problemas pesquisados, o problema 1 e o problema 5 foram os que apresentaram o maior índice de acertos (85%). Os alunos ao fazerem as escolhas das formas de solução desses problemas não alegaram incompreensão nas suas escolhas.

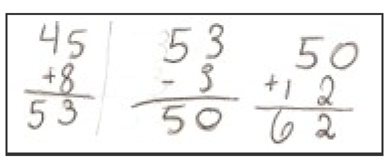
Na escola municipal obtivemos um índice maior de acertos no problema 5, apenas dois alunos (A_3, A_{11}) erraram esse problema. A_3 interpretou que bastaria somar oito com doze e encerrou afirmando que desceram vinte passageiros.

A_3



Já A_{11} iniciou a primeira operação corretamente, porém ao iniciar a segunda não observou que o número a ser subtraído deveria ser treze e não três, o que o fez errar a solução.

A_{11}



Os demais alunos apresentaram praticamente as mesmas formas de solução nesse problema. Seguiram basicamente a seqüência na qual o problema trazia as operações, ou seja, indicava inicialmente 45 – 13 = 32, a seguir 32 + 8 = 40, na seqüência faziam 40 – 3 = 37 e finalmente 37 + 12 = 49 o que resultava na resposta do problema.

Desses alunos que acertaram, três deles (A_{12}, A_{14}, A_{15}) indicaram todas as operações em forma de expressões numéricas, sendo que A_{12}, além dessa indicação ainda resolveu as operações, ao lado, mostrando cada cálculo por ele indicado.

A_{12}

$45 - 13 + 8 - 3 + 12 =$

$32 + 8 - 3 + 12$

$40 - 3 + 12$

$37 + 12$

49

A_{14}

$45 - 13 + 8 - 3 + 12$

$32 + 5 + 12$

$37 + 12$

49

A_{15}

$45 - 13 + 8 - 3 + 12 =$

$32 + 8 - 3 + 12 =$

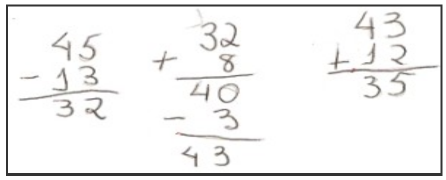
$40 - 3 + 12 =$

$37 + 12 =$

49

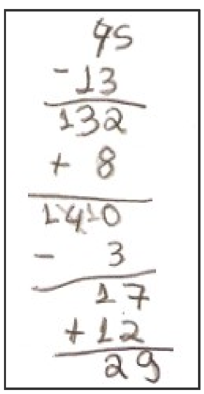
Na escola particular encontramos quatro alunos que erraram o problema 5. Os alunos (A_{25}, A_{34}, A_{36}, A_{38}) indicaram passagens inadequadas nas operações, que acabaram levando-os aos erros. A_{25} fez as duas primeiras operações corretamente e ao indicar as duas últimas operações, somou onde deveria subtrair e em conseqüência desse erro finalizou a última operação errada.

A_{25}

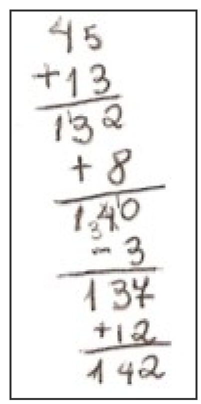


A_{34} e A_{36} indicaram e efetuaram as duas primeiras operações corretamente, enquanto que na terceira operação eles efetuaram de forma incorreta, o que acabou gerando o erro também na última operação.

A_{34}

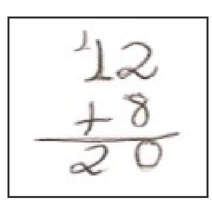


A_{36}



Finalmente, A_{38} indicou apenas uma operação, na qual somou doze com oito e finalizou afirmando que no final da viagem ficaram 20 passageiros.

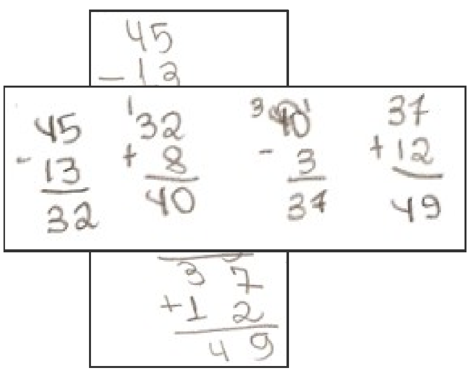
A_{38}



Os demais alunos apresentaram uma mesma forma de indicar as soluções, fazendo em seqüência ou em separado as quatro operações e dando sempre a resposta ao final do problema. Nessas condições podemos observar as formas de solução dos seguintes alunos:

A_{21}

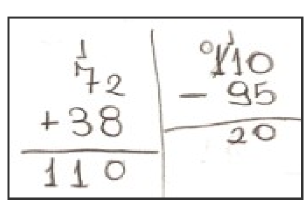
A_{27}



O problema 6 apresentou uma regularidade na escolha da forma de solução. Normalmente iniciavam com uma operação de adição e em seguida uma operação de subtração. Essa foi a preferência de quase todos os alunos pesquisados.

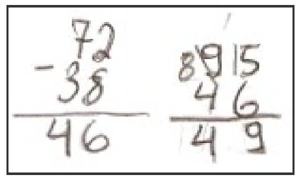
Na escola municipal A_4, indicou a primeira parte da operação corretamente e errou na segunda operação ao efetuar.

A_4



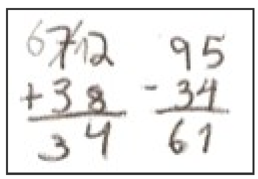
Vemos A_{11}, que já iniciou a primeira operação errada quando interpretou que era necessário subtrair trinta e oito de setenta e dois e assim finalizou errando também a segunda operação.

A_{11}



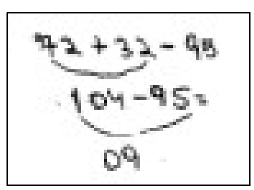
A_{12} indicou a primeira operação corretamente e errou ao efetuar, conseqüentemente errou também a segunda operação.

A_{12}



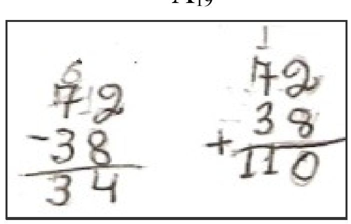
A_{15} indicou as operações em forma de expressão numérica, mas fez a leitura errada do número trinta e oito e escreveu trinta e dois, diante desse equívoco finalizou a outra operação errada também.

A_{15}



A_{19} fez uma certa confusão e acabou indicando duas operações diferentes, utilizando os mesmos números, dessa forma não conseguiu atingir o resultado corretamente.

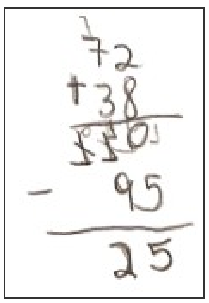
A_{19}



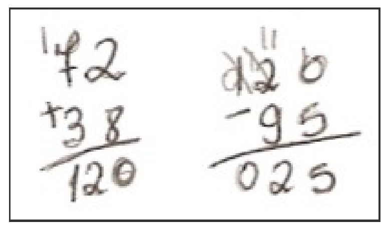
Finalmente A_7 que tentou fazer e acabou desistindo do problema, deixando-o sem solução.

Na escola particular A_{33} e A_{36} indicaram as operações corretamente, porém erraram nos cálculos.

A_{33}

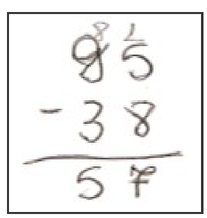


A_{36}



A_{38} indicou apenas uma operação de subtração e considerou o resultado encontrado como a resposta final do problema.

A_{38}



Em resumo, os problemas 1,5 e 6, parecem ter sido mais fáceis que os anteriores, diante do número de acertos que foram superiores a 75% nos três problemas. Acreditamos que o pequeno número de erros apresentados nesses problemas esteve relacionado com a forma que os textos se apresentaram, em que na própria leitura já ficava clara a possibilidade das escolhas das operações.

Ao solicitarmos que os alunos fizessem a leitura, com intuito de identificarmos as possíveis dificuldades no ato de ler, sugerimos que a leitura poderia ser silenciosa ou em voz alta, e mais uma vez todos os alunos das duas escolas deram preferência pela leitura silenciosa.

A partir da leitura, questionamos se os alunos entenderam os problemas 1, 5 e 6, e verificamos que foi bastante significativa a quantidade de alunos que afirmaram não ter dúvidas sobre os problemas, conforme mostra a tabela 24.

Tabela 24. Você entendeu os problemas 1, 5 e 6?

Escolas	Problemas					
	P1		P5		P6	
	s	mm	s	mm	s	mm
Escola Municipal	12	8	17	3	13	7
Escola Particular	19	1	16	4	18	2
Total	31	9	33	7	31	9
%	77,5	22,5	82,5	17,5	77,5	22,5

s = sim **mm = mais ou menos**

Com relação ao problema 1**,** a maioria dos alunos afirmou que havia compreendido o problema, tanto na escola municipal como na escola particular.

Na escola municipal encontramos 12 alunos que afirmaram ter compreendido o enunciado do problema, e 8 alunos que disseram que compreenderam "mais ou menos"; esses alunos afirmaram que tinham alguma dúvida em relacionar a operação que deveriam utilizar para solucionar o problema. Dos alunos que erraram o problema 1, A_5 afirmou ter entendido o problema, A_{11} e A_{20} disseram ter entendido mais ou menos, porém não conseguiram resolvê-lo.

Enquanto na escola particular dos vinte alunos pesquisados, apenas um deles disse que compreendeu "mais ou menos" o problema. Apesar disso encontramos A_{26}, A_{31}, A_{34} que afirmaram ter compreendido o problema e, no entanto não conseguiram encontrar uma solução adequada.

No problema 5**,** constatamos que na escola municipal dezessete alunos afirmaram que entenderam o problema. Três alunos dos que afirmam que entenderam mais ou menos o problema, (A_4, A_{16}, A_{17}), não erraram o resultado final. Enquanto os alunos que afirmaram que o problema era fácil (A_3 e A_{11}), acabaram errando a solução do mesmo.

Na escola particular dezesseis alunos afirmaram não ter dúvidas sobre esse problema e os demais apresentaram alguma dificuldade para resolver o referido problema. Dos quatro alunos (A_{28}, A_{29}, A_{33}, A_{39}) que afirmaram entender mais ou menos, todos acertaram a solução do problema, enquanto os quatro alunos (A_{25}, A_{34}, A_{36}, A_{38}) que erraram, afirmaram que o problema era fácil, o que nos parece um pouco contraditório. Nem sempre o aluno que afirma ter entendido é o mesmo aluno que acerta a solução do problema.

No problema 6, constatamos que os alunos da escola municipal ainda apresentaram um pouco mais de dúvidas se comparados aos alunos da escola particular. A_{11} e A_{15} afirmaram que o problema era fácil, porém erraram a resolução do mesmo. Os alunos A_4, A_{12} e A_{19} acharam que o problema era mais ou menos difícil e também não conseguiram chegar à resposta correta. E finalmente A_7 que afirmou que o problema era difícil e realmente não conseguiu resolvê-lo, apagando as tentativas que fez, deixando o problema sem solução.

Na escola particular verificamos um número bem baixo de alunos que apresentaram algum tipo de dificuldade. A_{28} disse que achou o problema mais ou menos difícil, mas ainda assim conseguiu fazer a solução corretamente. Já A_{33}, A_{36} e A_{38} afirmaram que o problema era fácil, no entanto erraram a solução do problema. Os demais disseram que conseguiram entender e resolveram o problema, obedecendo mais ou menos a mesma ordem das operações, primeiramente somaram setenta e dois com trinta e oito e em seguida subtraíram noventa e cinco de cento e dez, resultando quinze, que era a resposta do problema.

Sintetizando, dos alunos pesquisados 75% afirmaram não encontrar grandes dificuldades para interpretar o problema 1, 5 e 6, Nesses problemas os alunos da escola particular apresentaram melhor desempenho que a escola municipal. Essa facilidade admitida pelos alunos para entender o problema pode ser interpretada como conseqüência da natureza do texto, que apresenta as situações de forma seqüencial, deixando clara a possibilidade para cada operação.

A partir da primeira leitura dos textos dos problemas, perguntamos se haveria necessidade de fazer uma nova leitura, cujos resultados estão na tabela 25, a seguir.

Tabela 25. É necessário ler os problemas novamente?

Escolas	**Problemas**					
	P1		**P5**		**P6**	
	s	**n**	**s**	**n**	**s**	**n**
Escola Municipal	8	12	3	17	6	14
Escola Particular	1	19	4	16	2	18
Total	9	31	7	33	8	32
%	22,5	77,5	17,5	82,5	20	80

s = sim **n = não**

Quanto a ler novamente os problemas 1, 5 e 6, constatamos que a grande maioria dos alunos optou por não fazê-lo, dado que consideramos como uma indicação da pouca dificuldade com a leitura e interpretação que os problemas apresentaram.

Percebemos no problema 1 que 31 alunos (77,5%), alegaram não ser necessária uma nova leitura, os demais alunos fizeram a opção em ler novamente. Na escola municipal 8 alunos afirmaram ser necessário ler novamente o problema, enquanto 12 acharam desnecessária uma nova leitura. Na escola particular 19 alunos (47,5) optaram em não fazer uma nova leitura.

Com relação ao problema 5, na escola municipal um número menor de alunos (apenas três), sentiu a necessidade de fazer novamente a leitura. Na escola particular quatro alunos sentiram a necessidade de ler novamente o problema 5, o que deu uma pequena diferença em relação à outra escola.

Como nos demais problemas já analisados, todos os alunos tanto da escola municipal como da escola particular disseram não encontrar nenhuma dificuldade em reconhecer as palavras do enunciado do texto do problema. Porém a alegação de alguns alunos a respeito de uma nova leitura estava relacionada à escolha das formas de solução do mesmo. Como podemos observar na fala de A_3 quando disse que**: *a leitura é fácil, mas difícil é escolher a conta.***

No problema 6 poucos alunos manifestaram a necessidade de uma nova leitura. Na escola municipal seis alunos (A_1, A_2, A_7, A_{12}, A_{16} e A_{17}) pediram para ler novamente, desses alunos A_7 não fez o problema e A_{12} errou. Na escola particular, apenas dois alunos (A_{28} e A_{29}) optaram pela nova leitura e desses nenhum errou a solução do problema; A_{33} e A_{36} que não pediram para ler novamente, erraram a solução do mesmo.

A partir da leitura, perguntamos aos alunos se havia palavras desconhecidas no enunciado dos problemas e constatamos, como nos problemas anteriores, que nenhum aluno, nas duas escolas, apresentou qualquer tipo de dúvidas a respeito das palavras que estavam no texto dos problemas. A esse respeito destacamos a fala de A_7 que disse: ***Não são as palavras, não consigo entender o que eu tenho que fazer e com qual número eu faço a conta.***

Depois de verificar se existiam dúvidas quanto às palavras, solicitamos aos alunos que desenhassem ou escrevessem o que haviam compreendido sobre os problemas 1, 5 e 6. Como nos casos anteriores, a maioria preferiu escrever, ou seja, indicar as formas que solucionariam os problemas, conforme mostra a tabela 26 .

Tabela 26. Do que entendeu, você poderia desenhar ou escrever o que os problemas estão contando?

Escolas	Problemas					
	P1		P5		P6	
	d	e	d	e	d	e
Escola Municipal	10	10	5	15	5	15
Escola Particular	-	20	-	20	-	20
Total	10	30	5	35	5	35
%	25	75	12,5	87,5	12,5	87,5

d = desenha **e = escreve**

Nos problemas 1, 5 e 6 constatamos que somente os alunos da escola municipal conseguiram representar os problemas utilizando o recurso do desenho.

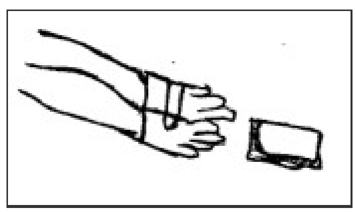
Verificamos no problema 1**,** que a maioria dos alunos, nas duas escolas, não conseguiu representar o problema por meio do desenho. Na escola municipal metade dos alunos e a totalidade na escola particular rejeitaram a representação do problema na forma de desenho.

Alguns alegaram que demoraria muito ou que não conseguiriam representar o problema desenhando, ou que simplesmente não desejariam representar e sim prefeririam escrever formas que indicassem a solução do problema.

Observando os desenhos, verificamos que os alunos utilizaram, também nesse caso, dois tipos de representações:

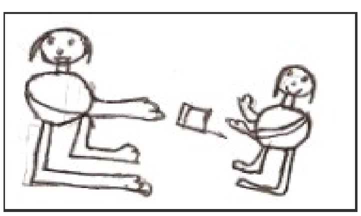
1. Representação Pictórica Parcial - indicando apenas elementos ou situações isoladas que são relatadas no enunciado do problema. No problema 1, A_3 mostrou o movimento das mãos jogando figurinhas:

A_3

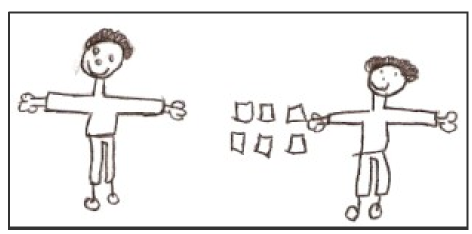


A_5, A_7, A_8 e A_{20} indicaram a presença de crianças representando os personagens citados no enunciado do problema:

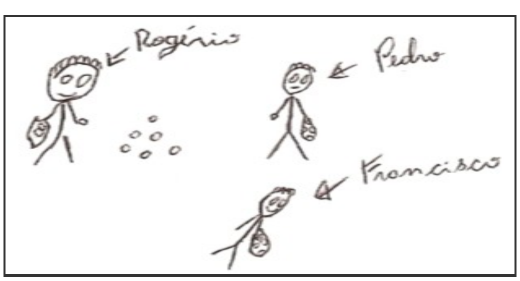
A_5



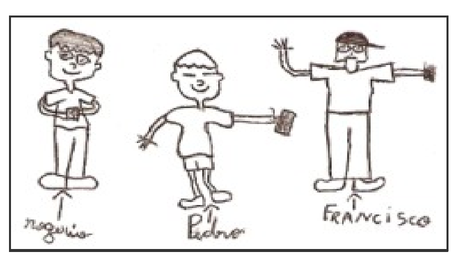
A_7



A_8

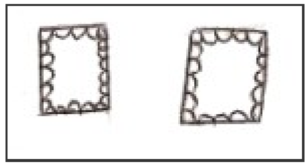


A_{20}



E finalmente A_{15} que apenas desenhou duas figurinhas:

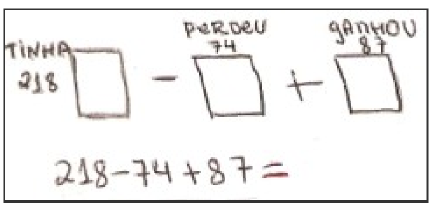
A_{15}



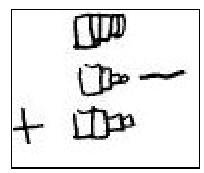
2. Representação Pictórica indicando operação.

São situações nas quais os alunos desenharam figuras acompanhadas de operações indicando as formas de solução que poderiam usar para resolver o problema. Encontramos nesse grupo quatro alunos (A_1, A_6, A_9 e A_{10}) que utilizaram este recurso para mostrar sua interpretação por meio do desenho.

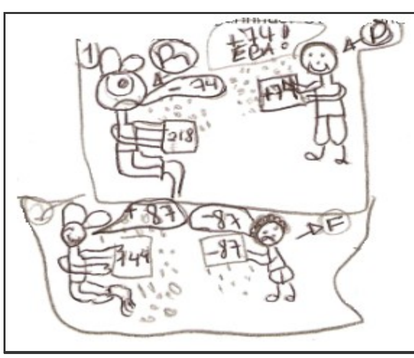
A_1



A_6



A_9



A_{10}

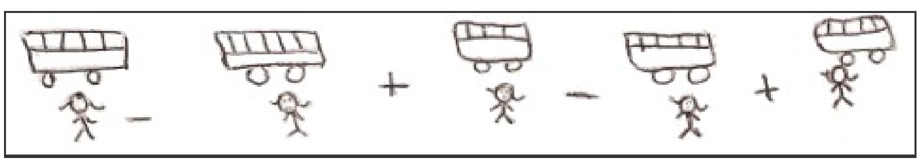
Nas explicações, dos alunos sobre os desenhos realizados, normalmente repetiam o texto do problema procurando indicar alguma idéia que pudesse simbolizar a interpretação do mesmo.

Na seqüência das perguntas sobre o problema 1**,** pedíamos àqueles alunos que não desenharam, que explicassem o significado do que escreveram. Nesse grupo são dez alunos da escola municipal, (25%) e vinte alunos da escola particular (50%).

Os alunos que optaram por escrever as formas de solução do problema, afirmaram que seria difícil representar o problema por meio do desenho, como podemos observar nas falas de alguns alunos: *Vou tentar desenhar se não conseguir vou escrever (A_2). Não quero desenhar (A_4). Tenho dificuldade para desenhar o que o problema conta (A_{19}).*

No problema 5**,** encontramos apenas cinco alunos que usaram a representação pictórica. Desses A_1 e A_9 indicaram operações que poderiam solucionar o problema.

A_1

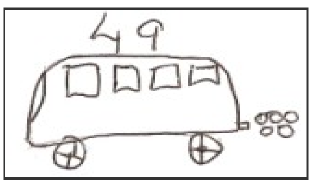


A_9 fez seus desenhos indicando grupos em que mostrava o número de passageiros que subiram e desceram do ônibus, juntamente com as operações correspondentes a cada indicação.

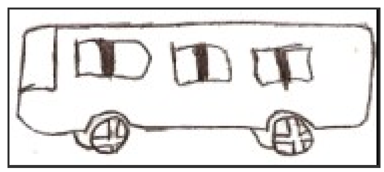
A$_9$

Enquanto A$_2$, A$_3$, A$_{20}$, apenas indicaram desenhos que relacionavam alguma idéia que o problema relatava e paralelamente resolveram as operações que seriam as soluções do problema.

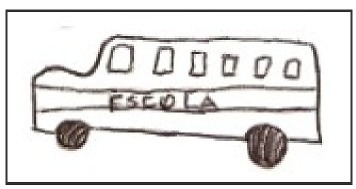
A$_2$



A$_3$



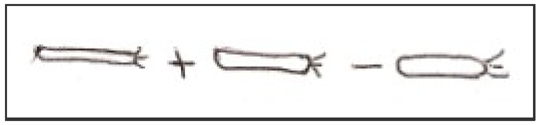
A$_{20.}$



Quanto ao problema 6**,** verificamos que na escola municipal cinco alunos conseguiram representar sua interpretação utilizando o recurso do desenho, o que significa que a grande maioria dos alunos não conseguiu utilizar essa representação.

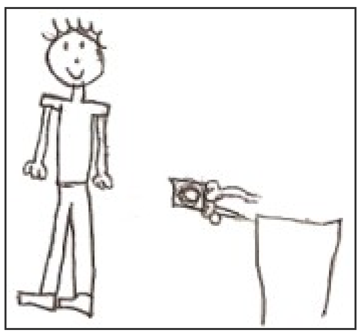
Dos alunos que utilizaram o desenho, em que sua representação tem algum fato relacionado ao texto do problema, A$_1$ simbolizou os fios juntamente com as operações relativas ao que estava sendo contado no texto do problema.

A_1

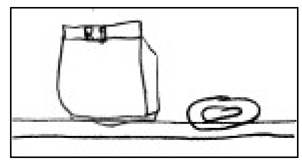


A_2, A_3, A_9, A_{20}, fizeram seus desenhos demonstrando alguma relação do texto do problema sem fazer nenhuma indicação de operação.

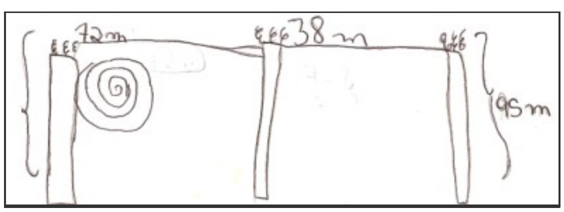
A_2



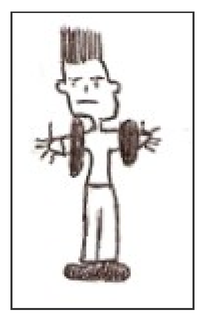
A_3



A_9



A_{20}



Na escola particular, também nesse problema, não encontramos nenhum aluno que se habilitasse a representá-lo utilizando o recurso do desenho.

Concluindo, como nos problemas anteriores, mesmo nesse caso, em que os problemas pareceram mais fáceis, o recurso de representações pictóricas foi pouco explorado pelos alunos e quando o fizeram houve uma grande dificuldade de reproduzir representações que seriam indicações das operações que poderiam resolver os problemas. Ao observarmos como os alunos explicavam seus desenhos, esse fato se tornou mais evidente.

A partir dos desenhos, solicitamos aos alunos que explicassem os seus significados e observamos que nas explicações eles repetiam o que era relatado no enunciado do problema, conforme tabela 27 a seguir.

Tabela 27. Explique o que você desenhou.

Escolas	Problemas					
	P1		P5		P6	
	rp	o	rp	o	rp	o
Escola Municipal	7	3	3	2	4	1
Escola Particular	-	-	-	-	-	-
Total	7	3	3	2	4	1
%	17,5	7,5	7,5	5	10	2,5

rp = representação parcial **o = representação da operação**

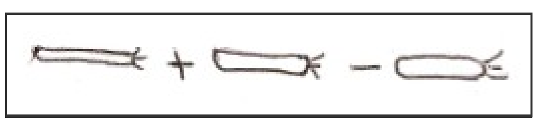
Ao fazer as explicações dos desenhos do problema 1**,** os alunos repetiam o enunciado do problema. A explicação de A_1 foi pautada na própria descrição e seqüência proposta pelo texto do problema, ou seja "*tinha 218 figurinhas, jogando a 1ª partida perdeu 74, e jogando a 2ª partida ganhou 87"*; essa também foi a explicação de A_{10}, embora não tenha indicado os sinais das operações, ele afirmou que: *"na primeira parte do desenho mostrei Rogério quando perdeu para Pedro e na segunda parte do desenho mostrei Rogério quando ganhou de Francisco".* Por outro lado, seis alunos (A_3, A_5, A_6, A_7, A_8, A_{20}), utilizaram a representação pictórica indicando situações que relacionavam o enunciado do problema. Como podemos observar na fala do A_1: *Ele jogou, perdeu 74 figurinhas e jogou de novo e ganhou 87 figurinhas.* Ou ainda a fala do A_3: *Que Rogério jogou e perdeu para Pedro 74 figurinhas e* *jogando com Francisco ganhou 87 figurinhas.* Diante das falas dos alunos, pudemos perceber que a explicação sobre o desenho é uma extensão do próprio texto do problema.

Nas explicações sobre o problema 5**,** os alunos repetiam trechos do enunciado do problema, em que relacionavam as formas de solução conforme a seqüência estabelecida no próprio texto. Temos como exemplo as falas dos seguintes alunos:

- *Do ônibus de quarenta e cindo, tirei treze depois somei 8, daí tirei três e depois somei doze. A viagem terminou com quarenta e nove passageiros (A_1).*
- *Que o ônibus ficou no final com quarenta e nove passageiros (A_2).*
- *Que o ônibus chegou com vinte passageiros (A_3).*
- *No ônibus entraram oito e depois doze pessoas, e saíram treze e depois três e no final chegou com quarenta e nove pessoas (A_9).*
- *Que o ônibus parou em dois pontos, aí desceram e subiram gente e acabou a viagem com quarenta e nove passageiros (A_{20}).*

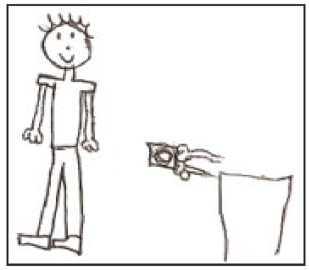
Quanto ao problema 6**,** na representação de A_1 encontramos uma indicação das operações que o próprio problema sugere, como podemos observar em sua fala: *que Juca tinha 72 m de fio, comprou 38, aí eu somei e ele usou 95, daí eu subtraí.*

A_1



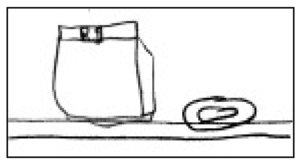
A_2 explicou que em seu desenho tinha uma pessoa que simbolizava o Juca e um aparelho que simbolizava um alicate para cortar o fio.

A_2



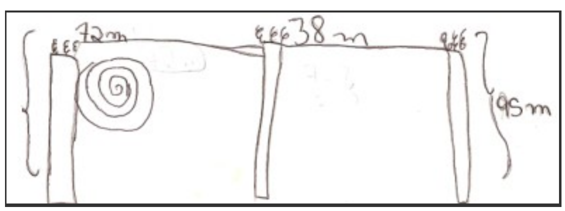
A_3 procurou explicar que tenha um balcão onde fez a indicação de um caixa e um rolo de fio ao lado. Na sua fala ele afirma que: *ele vai comprar mais um pouco de fio pra completar o que faltou.*

A_3



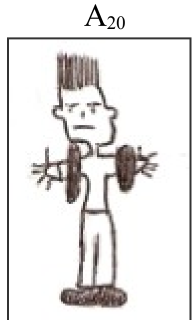
A_9 fez uma indicação demonstrando as quantidades adicionadas e a quantidade que diminuiu e finalmente o que restou.

A_9



E A_{20} desenhou um homem com os fios pendurados no braço e não conseguiu explicar muito bem o significado do seu desenho, apenas disse: *é o Juca segurando os fios que ele comprou.*

A_{20}



Os alunos que fizeram a opção pela escrita, ou seja, que representaram a solução do problema relatando seu modo de solução, em suas explicações apenas descreveram os relatos do próprio texto, conforme podemos observar nas seguintes falas:

- *Eu escrevi que Juca tinha 72 m e comprou 38 m, aí eu somei, depois ele gastou 95 m, aí eu peguei 110 e tirei 95 e encontrei 15 m (A_8).*
- *Eu somei 72 com 32 e diminuí 95 e deu 9 (A_{15}).*
- *Somei 72 m com 38 m e achei 110, depois subtraí 95 de 110 e achei 15, que é o resultado (A_{27}).*
- *Peguei 72 e somei com 38 e deu 110, depois tirei 95 e restaram 25 m (A_{33}).*

Suas falas expressam exatamente as suas escritas, conforme suas indicações com acertos e erros.

Solicitados aos alunos que respondessem quais as operações que melhor resolveriam os problemas 1, 5 e 6, as respostas são mostradas na tabela 28, a seguir.

Tabela 28. Você saberia me dizer qual(s) operação(s) poderia utilizar para resolver esses problemas?

Escolas	Problemas									
	P1			P5			P6			
	as	s	a	sa	s	a	as	a	s	nf
Escola Municipal	19	17	1	19	18	1	19	14	-	1
Escola Particular	20	17	-	19	15	1	19	18	1	-
Total	39	34	-	38	33	2	38	32	1	1
%	97,5	85	2,5	95	82,5	5	95	80	2,5	2,5

as = adição e subtração **a = adição** **s = subtração** **nf = não fez**

Verificamos nos problemas 1, 5 e 6, nas duas escolas, que o maior número de escolhas, dos alunos, foi a adição e subtração. Para os três problemas o percentual ultrapassou 90%.

A partir desses dados criamos uma tabela em que apresentamos a relação entre as escolhas das operações e os acertos e erros desses alunos.

Tabela 29. Acertos e erros dos alunos da escola municipal, mediante escolhas das operações que resolveriam os problemas 1, 5 e 6

Tipos de operações	P1		P5		P6	
	a	e	a	e	a	e
Subtração e adição	17	2	18	1	14	5
Adição	0	1	0	1	-	-
Total	17	3	18	2	14	5

a = acertos **e = erros**

***Um aluno não fez o problema 6.**

Nesses problemas, pela própria seqüência textual, as operações que melhor os resolveriam seriam a adição e a subtração. Diante dessas evidências verificamos que a maioria dos alunos optou por essas operações, o que os levou a um melhor desempenho nos mesmos.

Na escola municipal, dezenove alunos (47,5%) escolheram a subtração e adição como solução desse problema, sendo que dezessete alunos acertaram a solução do mesmo. Desses A_5 e A_{20} erraram a solução do problema 1. Apenas um aluno (A_{11}) escolheu a adição e não conseguiu resolver o problema.

No problema 5 a maioria dos alunos (95%) escolheu a subtração e adição. Somente A_3 escolheu a adição e errou a solução do problema.

No problema 6 dezenove alunos (97,5%), escolheram a adição e subtração, desses A_4, A_{11}, A_{12}, A_{15}, A_{19}, erraram a solução do problema. Ainda nesse problema A_7 não conseguiu fazer nenhuma operação.

Tabela 30. Acertos e erros dos alunos da escola particular, mediante escolhas das operações que resolveriam os problemas 1, 5 e 6.

Tipos de operações	P1		P5		P6	
	a	e	a	e	a	e
Subtração e adição	17	3	16	4	17	2
Subtração	-	-	-	-	0	1
Total	17	3	16	4	17	3

a = acertos **e = erros**

Na escola particular, no problema 1, os vinte alunos disseram que a subtração e a adição seriam as operações que resolveriam esse problema, desses A_{26}, A_{31}, A_{40} erraram ao resolvê-lo.

No problema 5, todos os alunos disseram que a subtração e a adição resolveriam o problema. Desses alunos, A_{25}, A_{34}, A_{36}, A_{38} erraram a solução do referido problema.

No problema 6, dezenove alunos disseram que as operações que resolveriam esse problema seria adição e subtração, desses, A_{33}, A_{36} erraram ao resolvê-lo. E finalmente A_{38} que escolheu a subtração e errou ao efetuá-lo.

Depois de escolhidas as operações solicitamos aos alunos que nos indicassem a sentença matemática com o propósito de verificar sua interpretação, e constatamos que poucos alunos utilizaram esse recurso para representar os problemas 1, 5 e 6, conforme tabela 31 a seguir.

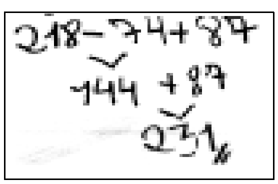
Tabela 31. Indique a sentença matemática para depois resolver os problemas.

Escolas	Problemas					
	P1		P5		P6	
	n	e	n	e	n	e
Escola Municipal	14	6	16	4	17	3
Escola Particular	20	-	20	-	20	-
Total	34	6	36	4	37	3
%	85	15	90	10	92,5	7,5

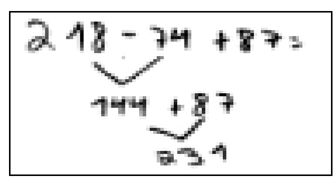
n = não sabe **e = expressão numérica**

Na escola municipal, o problema 1 apresentou um número significativo de alunos que alegaram não saber utilizar essa representação, porém seis alunos (A_1, A_5, A_9, A_{12}, A_{14}, A_{15}) conseguiram indicar adequadamente. Embora essa indicação ficou voltada a uma expressão numérica, como podemos observar nos exemplos de A_9, A_{12} e A_{15}.

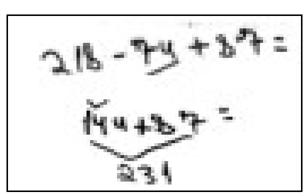
A_9



A_{12}



A_{15}



Na escola particular, a totalidade dos alunos alegou não saber como indicar e muitos deles afirmaram "*nunca ter ouvido falar em sentença matemática*".

Na escola municipal no problema 5, dezesseis alunos (40%) responderam que não sabiam indicar a sentença matemática. Os quatro alunos que indicaram (A_1, A_{12}, A_{14}, A_{15}), fizeram em forma de expressão numérica como podemos observar nas suas escritas.

A_1

$45 - 13 + 8 - 3 + 12$

A_{12}

$45 - 13 + 8 - 3 + 12 =$

$32 + 8 - 3 + 12$

$40 - 3 + 12$

$37 + 12$

49

A_{14}

$45 - 13 + 8 - 3 + 12$

$32 + 5 + 12$

$37 + 12$

49

A_{15}

$45 - 13 + 8 - 3 + 12 =$

$32 + 8 - 3 + 12 =$

$40 - 3 + 12 =$

$37 + 12 =$

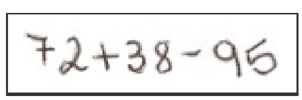
49

Na escola particular, mais uma vez, nenhum aluno optou pela indicação da sentença matemática. Nesse problema, os alunos afirmaram que não conheciam essa forma de indicação.

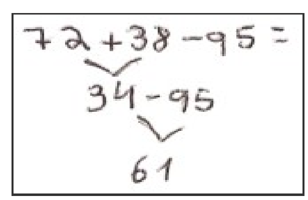
No problema 6 apenas três alunos, da escola municipal, fizeram a tentativa de representar por meio da sentença matemática; os demais alunos alegaram não saber utilizar esse tipo de representação.

Os alunos que o fizeram indicaram em forma de expressão numérica, como podemos observar nos escritos de A_1, A_{12} e A_{15}.

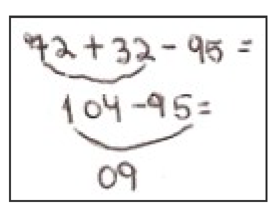
A_1



A_{12}



A_{15}



Perguntamos aos alunos quanto à dificuldade de interpretação do problema 1, 5 e 6, e verificamos, conforme suas opiniões, que a maioria não encontrou dificuldades nesses problemas. Os dados estão apresentados na tabela 32, a seguir.

Tabela 32. Você achou os problemas difíceis?

Escolas	Problemas								
	P1			P5			P6		
	f	mm	d	f	mm	d	f	mm	d
Escola Municipal	14	5	1	17	1	2	13	6	1
Escola Particular	19	1		19	1	-	20	-	-
Total	33	6	1	36	2	2	33	6	1
%	82,5	15	2,5	90	5	5	82,5	15	2,5

f = fácil **mm = mais ou menos** **d = difícil**

Na escola municipal quatorze alunos (35%) acharam o problema 1 "fácil", porém cinco (12,5%) deles consideraram ser "mais ou menos difícil" e apenas um considerou "difícil".

Na escola particular, dezenove alunos (47,5%) acharam o problema 1 "fácil" e apenas um aluno considerou que o problema era "mais ou menos difícil".

No problema 5 constatamos que na escola municipal três alunos (7,5%) disseram ter encontrado poucas dificuldades para interpretar esse problema, porém dezessete (42,5%) disseram não ter encontrado nenhuma dificuldade.

Na escola particular verificamos uma redução significativa do número de alunos que apresentaram dúvidas na interpretação no problema 5. Mas em contrapartida constatamos que embora a maioria dos alunos tenha afirmado não ter encontrado dificuldades na leitura e interpretação desse problema, o número de erros foi maior do que o registrado na escola municipal.

No problema 6 verificamos na escola municipal que apenas um aluno (A_7), disse que encontrou dificuldades para interpretar esse problema, de tal modo que não conseguiu resolvê-lo.

Seis alunos (A_1, A_4, A_{12}, A_{16}, A_{17}, A_{19}) disseram ter algumas dificuldades na interpretação, quando diziam que o problema era “mais ou menos difícil”, os demais afirmaram não ter encontrado nenhuma dificuldade para interpretar o referido problema.

Na escola particular todos os alunos afirmaram não ter encontrado nenhuma dificuldade na interpretação desse problema, mas vale lembrar que embora esses alunos tenham afirmado que não encontraram dificuldades para interpretá-lo, ainda assim tivemos três alunos (A_{33} e A_{36} e A_{38}) que erraram a solução do problema 6.

As dificuldades encontradas nos problemas 1, 5 e 6, conforme opinião dos alunos, mostra que muitos deles alegaram não ter encontrado nenhuma dificuldade para interpretar esses problemas, o que se observa na tabela 33.

Tabela 33. Qual foi a sua maior dificuldade?

Escolas	Problemas					
	P1		P5		P6	
	ro	n	ro	n	ro	n
Escola Municipal	6	14	4	16	7	13
Escola Particular	1	19	3	17	2	18
Total	7	33	7	33	9	31
%	17,5	82,5	17,5	82,5	22,5	77,5

ro = relacionar as operações **n = nenhuma dificuldade**

Na escola municipal os alunos que consideraram o problema 1 “mais ou menos difícil”, alegaram que a dificuldade estava relacionada a interpretar e identificar qual seria as formas de solução a empregar para resolvê-lo. Destacamos, conforme essa informação os relatos de alguns alunos no que se refere a essa alegação:

A_7 – Achei difícil entender o problema.

P – Que tipo de dificuldade você encontrou?

A_7 – descobrir a conta.

P – Na segunda leitura ficou mais claro?

A_7 – Sim, acho que consegui.

Ainda nesta mesma linha de argumentos temos A_{14}, A_{16}, A_{19} e A_{20} que dizem:

A_{14} – Achei complicado descobrir que cálculo eu ia fazer primeiro.

A_{16} – Tive que ler duas vezes para entender qual era a conta.

A_{19} – Precisei ler duas vezes, porque não estava entendendo que conta eu tinha que fazer.

A_{20} – Tive que ler mais de uma vez porque tinha dúvidas para descobrir as contas.

O problema 5**,** nas duas escolas, apresentou pouca dificuldade na leitura e interpretação por parte dos alunos, algumas dificuldades apontadas por eles tinham relação com a quantidade de passageiros e também no momento da escolha das formas de solução, como observamos em algumas falas dos alunos:

- *Complicou um pouco esse sobe e desce, tenho que somar diminuir, aí me confundiu (A_4).*
- *Achei difícil, muitas contas, li duas vezes porque quando tem muitos números, eu faço confusão (A_{17}).*
- *Tem muitos números, daí eu tive que ler mais uma vez para saber que conta eu ia fazer (A_{33}).*
- *No começo achei que ia ser difícil porque teria que fazer muitas contas, mas no final foi facinho (A_{39}).*
- *Tive que ler mais de uma vez para descobrir a conta (A_{16}).*

Quanto ao problema 6, na escola municipal sete alunos manifestaram dificuldades na interpretação, e na escola particular, embora os alunos não tenham achado o problema difícil, encontramos dois alunos que alegaram algum tipo de dificuldade para interpretar as formas de solução do problema. Mostramos as falas de alguns alunos exemplificando esse fato:

- *Achei difícil descobrir qual era a conta (A_1, A_{28} e A_{29}).*
- *Complicou um pouco e eu não sabia se somava ou diminuía, tive que ler umas cinco vezes (A_{19}).*
- *Fazer as contas, eu tentei fazer só que não entendi direito, acho que errei a conta e apaguei tudo (A_7).*
- *Tive que ler duas vezes para entender o que o problema queria dizer (A_{12}).*

Nos problemas 1, 5 e 6 verificamos, conforme as falas dos alunos, que a leitura e interpretação do texto dos problemas não foram difíceis, pelas razões já apontadas. Porém algumas dificuldades encontradas podem ser advindas do fato de que nos problemas de transformações de estados, pela própria natureza das situações apresentadas é preciso haver um raciocínio recorrencial que, muitas vezes pode confundir o aluno e levá-lo a se perder na seqüência das operações a serem realizadas.

4.4 VISÃO GERAL DOS RESULTADOS.

A seguir apresentaremos uma síntese geral dos dados que nos permite ter um panorama geral dos resultados em todos os problemas.

Tabela 34. Número de acertos e erros relativos aos seis problemas dos alunos da escola municipal e particular.

Tipos de relações das estruturas aditivas	Problemas	Escola Municipal			Escola Particular			Totais					
		a	e	nf	a	e	nf	a	%	e	%	nf	%
2ª Transformação de estados	P2	8	12	-	16	4	-	24	60	16	40	-	-
3ª Comparação de estados	P3	7	13	–	17	3	–	24	60	16	40	–	–
	P4	4	14	2	9	11	–	13	32,5	25	62,5	2	5
4ª Composição de duas transformações	P1	17	3	–	17	3	–	34	85	6	15	–	–
	P5	18	2	–	16	4	–	34	85	6	15	–	–
	P6	14	5	1	17	3	–	31	77,5	8	20	1	2,5

Total	68	49	3	92	28	–	160	66,7	77	32,1	3	1,2

a= acertos **e = erros** **nf = não fizeram**

O problema 2 tratava do segundo tipo de relações – transformação de estados, conforme as seis relações de base descritas por Vergnaud (1981).

Na escola municipal, verificamos que o número de acertos foi pequeno no problema 2, enquanto a escola particular apresentou um número significativo de acertos chegando ao dobro dos acertos da escola municipal.

Nesse problema os alunos que erraram alegaram dificuldades na interpretação para a escolha adequada das formas de solução para resolvê-lo.

Os problemas 3 e 4 estavam associados ao quarto tipo das relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas descritas por Vergnaud (1981), que é a comparação de estados.

Na escola municipal nos problemas 3 e 4, verificamos que muitos alunos erraram esses problemas. Na escola particular o problema 3 apresentou um número de acertos maior que o problema 4.

No problema 4 verificamos que alguns alunos disseram ter encontrado dificuldades na interpretação do problema, visto que muitos dos que erraram escolheram apenas uma subtração para resolver o referido problema.

Esse problema apresentou o maior número de erros tanto na escola municipal quanto na escola particular.

Os problemas 1, 5 e 6 estavam associados ao quarto tipo de relações (composição de duas transformações). Conforme as seis relações de base descritas por Vergnaud (1981).

Esses três problemas, segundo os alunos, não apresentaram dificuldades na leitura e interpretação, visto que seus resultados mostram um número significativo de acertos.

Quando perguntamos sobre a interpretação dos problemas, verificamos que os alunos da escola municipal apresentaram um pouco mais de dificuldades em relação à escola particular, conforme tabela 35 abaixo.

Tabela 35. Você entendeu os problemas?

	Escola Municipal						Escola Particular					
Problemas	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**
Sim	8	8	6	12	17	13	10	16	9	19	16	18
Mais ou menos	12	12	14	8	3	7	10	4	11	1	4	2
Total	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

No que se refere à interpretação dos problemas, verificamos que na escola municipal o problema que apresentou um maior número de alunos afirmando que compreenderam, foi o problema 5, visto que apresentou maior número de acertos. Dos vinte alunos pesquisados apenas dois erraram o referido problema.

Na escola particular os problemas que apresentaram os melhores índices na interpretação, segundo os acertos dos alunos, foram os problemas 1, 3 e 6.

O problema que apresentou a maior dificuldade na interpretação, nas duas escolas, foi o problema 4. Na escola municipal somente seis alunos alegaram ter compreendido esse problema, dado que apenas quatro alunos conseguiram acertá-lo.

Na escola particular, dos vinte alunos pesquisados, nove alunos afirmaram que compreenderam o problema 4 e conseguiram acertá-lo. Os alunos A_{26}, A_{31}, A_{38}, A_{39}, A_{40} que afirmaram que o problema era fácil, erraram sua solução.

Quando perguntamos se seria necessário ler novamente, verificamos que a escola municipal apresentou um número maior de alunos que optaram pela nova leitura, conforme tabela 36 abaixo.

Tabela 36. É necessário ler os problemas novamente?

	Escola Municipal						Escola Particular					
Problemas	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**
Sim	12	11	13	8	3	6	9	4	10	1	4	2
Não	8	9	7	12	17	14	11	16	10	19	16	18
Total	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Constatamos que os alunos da escola municipal manifestaram maior interesse em fazer uma nova leitura dos problemas, sendo que o problema que apresentou a maior solicitação de uma nova leitura, foi o problema 4**.**

Na escola particular, a grande maioria dos alunos não sentiu a necessidade de uma nova leitura. Porém, no problema 4, os alunos manifestaram interesse em ler novamente.

Ao perguntarmos se existiam palavras desconhecidas, nos textos dos problemas, verificamos que todos os alunos pesquisados, nas duas escolas, foram unânimes em afirmar que todas as palavras eram do seu conhecimento.

A partir da leitura dos problemas solicitamos aos alunos que desenhassem ou escrevessem o que haviam interpretado nos problemas, conforme a tabela 37 abaixo.

Tabela 37. Do que entendeu, você poderia desenhar ou escrever o que os problemas estão contando?

	Escola Municipal						Escola Particular					
Problemas	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**
Desenha	7	8	5	9	5	5	-	-	-	-	-	-
Escreve	13	12	15	11	15	15	20	20	20	20	20	20
Total	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Nesta pergunta, foi curioso que nenhum aluno da escola particular manifestou interesse em fazer opção pelo desenho, enquanto na escola municipal em todos os problemas, encontramos alunos dispostos a utilizar esse recurso para manifestar suas formas de interpretar os problemas. Embora poucos alunos tenham utilizado essa representação. Muitos deles alegaram que era difícil mostrar por desenho o que tinham interpretado do problema, e que desenhar demoraria muito tempo.

Dentre os alunos que fizeram os desenhos, existem aqueles que representaram a indicação de operação e outros que indicaram situações que são relatadas no enunciado de cada problema.

Aos alunos que desenharam, solicitamos que explicassem o significado dos seus desenhos, conforme tabela 38 abaixo.

Tabela 38. Explique o que você desenhou.

	Escola Municipal						Escola Particular					
Problemas	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**
Representação da operação	1	1	1	3	2	1	-	-	-	-	-	-
Representação parcial	6	5	4	7	3	4	-	-	-	-	-	-
Total	7	6	5	10	5	5	-	-	-	-	-	-

Ao explicarem o que haviam desenhado, normalmente os alunos repetiam suas indicações, tentando justificar a relação do desenho com o problema, ou seja, repetiam o texto do próprio problema.

Na escola particular houve uma unanimidade, dos alunos, em não utilizar o recurso do desenho para demonstrar alguma forma de interpretação dos problemas. Os alunos da escola particular alegaram que representar a história do problema, por meio do desenho, demandaria muito tempo e que seria difícil expressar sua compreensão por meio desse recurso.

Os alunos que optaram por escrever entenderam que “escrever” seria indicar as operações necessárias para a solução dos problemas. Esse fato ocorreu tanto na escola municipal quanto na escola particular.

Solicitamos aos alunos que indicassem as operações que solucionariam os problemas, conforme tabela 39 a seguir.

Tabela 39. Você saberia me dizer qual (s) operação (s) poderia utilizar para resolver esses problemas?

	Escola Municipal						Escola Particular					
Problemas	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**
Adição e Subtração	13	10	6	19	18	18	15	8	7	20	19	16
Adição	2	8	1	1	2	-	2	10	-	-	1	1
Subtração	3	2	11	-	-	1	3	2	13	-	-	3
Sem resposta	2	-	2	-	-	1	-	-	-	-	-	-

Nesses problemas consideramos que os alunos poderiam utilizar no conjunto dos números naturais as seguintes formas de soluções aritméticas para resolvê-lo:

Problema 1

- **1ª** ⇨ (218 – 74) + 87 = 231
- **2ª** ⇨ (218 + 87) – 74 = 231
- **3ª** ⇨ 218 + (87 – 74) = 231

Problema 2

- **1ª** ⇨ (100 – 84) + (100 – 76) + (100 – 65) = 75
- **2ª** ⇨ (100 + 100+ 100) – (84 + 76 + 65) = 75
- **3ª** ⇨ (100 x 3) - (84 + 76 + 65) = 75

Problema 3

- **1ª** ⇨ (165 + 17) – (165 + 15) = 2
- **2ª** ⇨ 17 – 15 = 2

Problema 4

- **1ª** ⇨ (19 - 6) -5 = 12

Problema 5

- **1ª** ⇨ 45 – 13 + 8 – 3 + 12 = 49
- **2ª** ⇨ 45 + (8 +12) – (13 + 3) = 49

Problema 6

- **1ª** ⇨ (72 + 38) – 95 = 15

Para a resolução dos seis problemas os alunos poderiam usar uma das formas das soluções descritas acima. Diante dessas possibilidades encontramos um grande número de alunos, nas duas escolas, que escolheram as operações que melhor resolveriam os problemas, porém a escolha não garantiu o acerto dos problemas, como podemos observar no problema 1, em que dezenove alunos da escola municipal e todos da escola particular escolheram a adição e subtração. No entanto, trinta e quatro alunos, das duas escolas, acertam a solução do problema.

Verificamos ainda que o problema 3 apresentou uma diferença na escolha das operações, nas duas escolas: na escola municipal houve um maior número de alunos que escolheram a adição e subtração e na escola particular a maior escolha foi pela adição.

A partir da escolha da operação, para resolver os problemas, solicitamos aos alunos que indicassem a sentença matemática antes de resolver os problemas, conforme mostra a tabela 40 a seguir.

Tabela 40. Indique a sentença matemática para depois resolver o problema.

	Escola Municipal						**Escola Particular**					
Problemas	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**

Não sabe	18	19	18	16	17	17	20	20	20	20	20	20
Indica em forma de expressão numérica	2	1	1	4	3	2	-	-	-	-	-	-
Indica inadequadamente	-	-	1	-	-	1	-	-	-	-	-	-
Total	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Constatamos nessa pergunta que apenas os alunos da escola municipal fizeram a tentativa de indicar a sentença matemática, sendo que a maioria deles alegou não saber. Os alunos que fizeram a indicação da sentença matemática fizeram com as formas de uma expressão numérica.

Dos problemas que os alunos representaram em forma de expressões numéricas, o P1 foi o que teve o maior número de indicações e P3 foi o de menor indicação, com apenas um aluno fazendo a tentativa.

Na escola particular, verificamos que todos os alunos não conseguiram indicar a sentença matemática. O que os alunos alegaram era que nunca tinham ouvido falar em sentença matemática.

Solicitamos aos alunos que nos indicassem suas dificuldades encontradas nos seis problemas, conforme tabela 41.

Tabela 41. Você achou os problemas difíceis?

	Escola Municipal						**Escola Particular**					
Problemas	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**
Sim	3	1	3	1	2	1	-	-	-	-	-	-

Mais ou menos	8	9	9	5	1	6	10	4	8	1	1	1
Não	9	10	8	14	17	13	10	16	12	19	19	19
Total	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Tivemos poucos alunos que afirmaram ter encontrado dificuldades na interpretação dos seis problemas. Na escola municipal o problema que apresentou o menor número de alunos com dificuldades na interpretação foi o problema 1. Tivemos alguns alunos que acharam os problemas “difíceis”, outros “mais ou menos” e a maioria afirmou não ter encontrado dificuldades para compreender os problemas.

Embora os alunos tenham afirmado que não encontraram muitas dificuldades na interpretação dos problemas, verificamos que muitos dos que afirmaram “terem entendido” ou “entendido mais ou menos”, mesmo assim ainda ocorreram erros nos problemas.

Na escola particular, nenhum aluno afirmou que os problemas eram difíceis, alguns alegaram que os problemas eram “mais ou menos difíceis” e a grande maioria alegou não ter nenhuma dificuldade para interpretar os problemas. Verificamos que os problemas 1,5 e 6 foram os problemas que os alunos consideraram mais fáceis.

Assim como na escola municipal, na escola particular também encontramos alunos que afirmaram não ter encontrado dificuldades na interpretação dos problemas e mesmo assim acabaram errando a solução de alguns deles.

Tabela 42. Qual foi a sua maior dificuldade?

	Escola Municipal						**Escola Particular**					
Problemas	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**	**P2**	**P3**	**P4**	**P1**	**P5**	**P6**
Entender os problemas e relacionar as operações	11	10	12	6	4	7	11	4	10	1	3	2

Nenhuma dificuldade	9	10	8	14	16	13	9	16	10	19	17	18
Total	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Verificamos, nas duas escolas, que a maioria dos alunos pesquisados alegou não ter encontrado dificuldades na interpretação dos seis problemas.

Na escola municipal o problema que menos dificuldades apresentou na interpretação foi o problema 5 e na escola particular foi o problema 1.

A alegação mais registrada, conforme os alunos, foi que a dificuldade encontrada estava relacionada com a escolha das formas de solução dos problemas.

Segundo a opinião dos alunos, na leitura, não encontraram muitas dificuldades para interpretar a maioria dos problemas, porém disseram que foi meio complicado relacionar as formas de solução para resolvê-los.

CAPÍTULO V

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA

A realização desta pesquisa teve como objetivo analisar se há relação entre a leitura, interpretação, as formas de solução e o desempenho de problemas matemáticos de estruturas aditivas por alunos de 4ª série de uma escola municipal e de uma escola particular.

Neste trabalho queremos mostrar que ler e interpretar um problema apresenta muitas variações, pois dominar o código da língua não é suficiente para entender os significados. O domínio dos significados depende do desenvolvimento de esquemas do pensamento capazes de coordenar relações que pertencem a um campo conceitual. Assim ler um texto de matemática é diferente de ler textos de outra natureza. Ler no sentido estrito ou decodificar não garante que se façam interpretações corretas. As palavras são polissêmicas e seu significado varia conforme o contexto e apreensão do significado depende do leitor e de seus esquemas.

Em síntese os dados apresentados serão discutidos priorizando dois aspectos:

A - interpretação dos problemas conforme as relações de base das estruturas aditivas:

B - características marcantes na resolução dos problemas dos alunos das duas escolas.

A - Interpretação dos problemas conforme as relações de base das estruturas aditivas

A discussão dos resultados obtida será feita conforme as contribuições dos autores de referência nessa temática e os problemas selecionados para essa pesquisa, quais sejam:

- do segundo tipo de relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas descritas por Vergnaud (1981), em que apresentamos os resultados do problema 2;

- do terceiro tipo de relação de base, com os problemas 3 e 4;

- finalmente do quarto tipo de relação de base, com os problemas 1, 5 e 6.

Na discussão dos dados vamos priorizar alguns aspectos ou questões que nos pareceram mais evidentes e relevantes, tendo em vista a categorização das respostas dos alunos aos problemas. As questões a serem discutidas são indicadoras do processo de leitura e interpretação dos problemas.

1- Desempenho dos alunos nos problemas relativos às diferentes relações de base das estruturas aditivas;

2- As representações das soluções utilizadas pelos alunos;

3- As formas de solução e suas relações com o desempenho;

4- As dificuldades de leitura, interpretação e resolução dos problemas segundo os alunos.

Analisaremos o desempenho conforme os acertos e erros dos problemas de cada um dos três tipos de relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas, citadas anteriormente.

Nos problemas do segundo tipo de relação (transformação de estados), quando observamos o problema 2**,** verificamos que o número de acertos foi de 60%. Os alunos conseguiram relacionar as formas de solução que os levaram a resolver corretamente, enquanto os demais alunos apresentaram algum tipo de dificuldade na interpretação, impedindo-os que fizessem a escolha adequada das formas de solução que acabou levando-os ao erro.

Nesse problema os alunos apresentaram dificuldades na interpretação, com relação ao enunciado quando leram: “usei cadernos de 100 folhas para Matemática, Ciências e Estudos Sociais”, os alunos perguntavam se era um só caderno para as três disciplinas, ou se eram três cadernos, um para cada disciplina. Diante dessa pergunta de alguns alunos, verificamos que houve uma dificuldade na interpretação do texto do problema, o que os levou a ter dúvidas na compreensão do mesmo. Baseada nessa dificuldade da leitura, Candido (2001, p.23) diz que:

> "A escrita em matemática seria uma forma mais sofisticada da escrita, uma vez que a idéia implícita na elaboração e na sistematização da linguagem matemática é que ela seja mais concisa e precisa que a linguagem usual no sentido de eliminar qualquer possibilidade de dubiedade em sua interpretação".

Nos pareceu que a apresentação do texto do problema 2 acabou levando os alunos a uma certa confusão na tomada de decisão para solucioná-lo. O que nos leva a pensar na relação da linguagem natural com a linguagem matemática, que muitas vezes por não ter um bom domínio sobre esta última, a leitura do problema acaba sofrendo um certo prejuízo na sua interpretação, conforme podemos ver em Teberosky e Tolchinsky (1997, p. 260):

> A linguagem matemática envolve a "tradução" da linguagem natural para uma linguagem universal formalizada, permitindo a abstração do essencial das relações matemáticas envolvidas, bem como o aumento do rigor gerado pelo estrito significado dos termos. Na linguagem natural, o sentido das palavras é muito mais vago e impreciso; termos como comprido, estreito, largo, pequeno, grande, muito, etc., que fazem parte da linguagem natural para expressar magnitudes, não se aplicam numa linguagem formalizada.

Os problemas 3 e 4 correspondem ao terceiro tipo de relações de base do campo conceitual das estruturas aditivas que é a comparação de dois estados.

No problema 3 constatamos um número acentuado de alunos na escola municipal que não conseguiram acertar esse problema. Enquanto na escola particular esse número não foi tão significativo.

O problema 4, nas duas escolas, foi o que apresentou as maiores dificuldades na interpretação das formas de solução, apresentando 62,5% de erros. Nesse problema alguns alunos alegaram não entender o que fazer com os três números sugeridos no texto, como podemos verificar na fala de A_1 quando disse: *"não entendi porque o problema fala de três idades e eu só fiz dezoito menos seis"*.

Os problemas 1, 5 e 6 apresentaram o maior número de acertos tanto na escola municipal como na escola particular.

No problema 1, 85% dos alunos pesquisados, responderam corretamente. Verificamos que o texto do problema 1 era bastante familiar para esses alunos, talvez por se tratar de uma brincadeira comum a essa faixa etária, o jogo de figurinhas. Ou ainda por se tratar de um problema que em seu próprio texto já apresentava uma seqüência que facilitou a interpretação do mesmo. Nesse sentido Granell (1998, p.25) afirma que:

> Há evidências que os conhecimentos não-formais adquiridos por meio da experiência cotidiana sempre são de caráter aditivo, e que o aparecimento de procedimentos multiplicativos ou mais complexos está vinculado à existência de instrução formal.

Na escola municipal o problema 5 foi o que apresentou o maior número de acertos. Nesse problema os alunos reclamaram da quantidade de números apresentada em seu texto, porém não consideraram um problema difícil.

Na escola particular o número de acertos também foi significativo. Os erros apresentados não estavam relacionados com a interpretação, mas sim com pequenos equívocos cometidos nas formas de solução das operações.

O problema 6, na escola municipal e na escola particular apresentou um número elevado de acertos.

Segundo opinião dos alunos, os problemas 1, 5 e 6 não apresentam dificuldades na sua interpretação. Talvez essa facilidade na compreensão esteja associada à escrita do problema e as transformações que são identificadas de forma muito clara. Nessa direção Vergnaud (1982, p. 2) diz que esses problemas constituem-se nos primeiros conceitos de adição e subtração para as crianças, apresentados como “uma quantidade inicial que decresce com o gasto, perda ou venda.”.

Portanto nos problemas 1, 5 e 6 os alunos demonstraram uma regularidade na apresentação das operações para atingir suas soluções.

Procuramos analisar se acertos e erros tinham relação com a interpretação de cada problema. E constatamos que nos problemas apresentados, não houve nenhum aluno que não tivesse compreendido totalmente os problemas, pois a grande maioria respondeu que compreendeu os problemas ou que compreendeu “mais ou menos”.

Verificamos que os alunos demonstraram uma certa facilidade com a interpretação dos problemas, visto que a maioria deles não sentiu a necessidade de uma nova leitura, e ainda afirmaram que todas as palavras eram conhecidas. Podemos inferir que o reconhecimento das palavras não nos dá uma garantia da escolha correta das operações que melhor resolvessem os problemas, pois sabemos que uma mesma palavra pode ter significados diferentes em outras situações, como afirma Kalmykova (1991, p. 12):

> “Temos que nos recordar de que as palavras são estímulos multiformes; a mesma palavra pode estar ligada num problema a determinada operação aritmética, e noutro problema, com uma operação diferente. Se o aluno se

> habitua a usar uma determinada palavra como critério para a escolha de uma operação aritmética, cometerá erros".

Vergnaud (1991) interpreta essa questão como conceito de homomorfismo, ou seja, não existe correspondência bi-unívoca entre significado e significante. Um significante pode ter vários significados e vice-versa, portanto, compreender é interpretar a palavra no contexto de significados de um campo conceitual. Essa é uma operação complexa e supõe esquemas operatórios capazes de identificar os diferentes significados em jogo na situação e escolher qual deles é o pertinente. Portanto, ler e interpretar demanda esquemas de assimilação que dêem significado à linguagem.

Sendo assim, constatamos que embora tenham entendido a leitura como fácil, os alunos que cometeram erros nos problemas o fizeram por não escolher adequadamente a forma de solução ou por erros nos cálculos das operações.

Verificamos que as dificuldades de alguns alunos estiveram relacionadas com a leitura e interpretação para relacionar às formas de soluções dos problemas. A esse respeito temos as falas dos seguintes alunos:

- *Tive que ler duas vezes para entender qual era a conta (A_{16}).* Esse aluno se referia ao problema 4.
- *Para descobrir as contas tive que ler umas três vezes, esse problema tem muitos números (A_{14}).* Esse aluno se referia ao problema 5.
- *Entender o problema, ainda acho que não entendi porque não usei o número 65 (A_{33}).* O aluno fazia esse comentário se referindo ao problema 2.

Nessa direção, Bruner (2002, p. 223) diz que**:**

> Para entender como um sujeito interpreta ou compreende algo, é preciso levar em consideração seus conhecimentos culturais e lingüísticos e o

> contexto no qual se encontra, tanto no sentido restrito da situação especifica de comunicação quanto no sentido amplo de sistema cultural.

B - Características marcantes na resolução de problemas dos alunos das duas escolas.

1 – Na escola particular, todos os alunos rejeitaram a representação da interpretação dos problemas na forma de desenhos, ou na forma de sentença matemática, enquanto na escola municipal houve um pequeno grupo que se dispôs a utilizar essas representações;

2 - A escola particular apresentou um desempenho maior que a escola municipal, apenas nos problemas 2 e 3, nos demais problemas as duas escolas apresentaram um número mais ou menos próximo nos resultados;

3 - Os problemas de comparação (P3 e P4), na escola municipal, foram os problemas que apresentaram o menor desempenho e na escola particular o problema 4 apresentou baixo desempenho.

Uma vez manifestada uma certa facilidade com a leitura dos problemas, procuramos verificar se os alunos seriam capazes de indicar essa interpretação representando cada problema por meio do desenho. Nessa observação constatamos que a grande maioria dos alunos, da escola municipal e todos da escola particular, não conseguiram representar os problemas por meio da representação pictórica.

Ficou a impressão de que os alunos das duas escolas, não tinham o hábito de usar o desenho para realizar suas atividades escolares, talvez pela ausência dessa prática nas salas de aula, visto que normalmente eles diziam que desenho demora muito e que era difícil representar a sua interpretação utilizando esse recurso.

Nesse sentido Candido (2001, p. 19) diz que:

> Para crianças que ainda não escrevem, que não conseguem expressar-se oralmente, ou que já escrevem, mas ainda não dominam a linguagem matemática, o desenho pode ser uma alternativa para que elas comuniquem o que pensam. À medida que se desenvolve o trabalho com matemática, o repertório de recursos pictóricos do aluno pode ser ampliado, desde que o professor tenha o hábito de incluir em suas aulas outros tipos de representação, como gráficos, tabelas, esquemas e figuras geométricas.

Dos alunos que desenharam, ao tentarem explicar o significado dos desenhos, apenas repetiam o que o texto já relatava, não acrescentando nenhuma outra interpretação além daquela oferecida pelo problema. Nesses desenhos, ficou evidenciado que os alunos que conseguiram realizá-los, fizeram de maneira a representar algumas demonstrações de operações e outros indicaram situações relatadas conforme os fatos se apresentavam no texto do problema.

A representação é fundamental para o pensamento matemático, pois ela permite a objetivação do pensamento, sem o que não podemos, sobretudo no caso da matemática, que trabalha com relações e não com fatos, realizar as operações. Por isso a necessidade de uma linguagem específica para a matemática. Há várias formas de representação ou de linguagem, desde as imagens, símbolos, desenhos, esquemas, gráficos, tabelas, e a linguagem escrita, propriamente dita. Todas elas são usadas pela matemática, e sua compreensão supõe poder compará-las, entender a equivalência entre elas, ou seja, poder transitar por elas.

Pode-se inferir, pelos resultados apresentados, que esse é um aspecto relegado no ensino de matemática, dos alunos pesquisados, sobretudo no caso da escola particular, que acabaram privilegiando apenas as representações por meio da linguagem formal.

Os alunos que não conseguiram representar os problemas por meio do desenho, utilizaram a escrita, para indicar as operações baseadas nas seqüências oferecidas pelos problemas.

Verificamos que a grande maioria desses alunos não conseguiu fazer a indicação da sentença matemática, que poderia nos indicar outras possibilidades na interpretação da solução dos problemas. Poucos alunos tentaram utilizar-se desse recurso, e os que fizeram, indicaram de uma forma próxima à expressão numérica.

Desse modo a cada problema, os alunos estabeleceram a escolha das operações que estavam mais evidenciadas na seqüência textual.

Verificamos também que não houve uma grande diferença no desempenho dos problemas nas duas escolas, visto que a escola particular apresentou um maior desempenho apenas nos problemas 2 e 3.

Constatamos que a maior dificuldade apresentada na interpretação ficou por conta do problema 4 (comparação).

Nesse problema os alunos associaram o termo “mais velho”, na frase: “*Ademir é 5 anos mais velho do que Carina”,* como sugestão para uma adição e não uma subtração para encontrar a idade desejada. A esse respeito Nunes e Bryant (1997, p. 131), afirmam que:

> Foi consistentemente verificado que problemas de equalização são fáceis para crianças, enquanto problemas de comparação são difíceis.

> As crianças sabem o que “mais” e “menos” significam em termos de comparações, mas elas não conseguem conectar este conhecimento a uma estratégia para quantificar a diferença.

Desse modo verificamos que no problema 4, embora os alunos alegaram não ter dúvidas quanto às palavras do texto, a interpretação das relações para solucioná-lo foi bastante complicada para esses alunos.

Em síntese, constatamos que os problemas não apresentaram uma linguagem de difícil compreensão. As dificuldades na interpretação dos problemas estiveram relacionadas com a interpretação das relações matemáticas envolvidas nessas leituras, causando dessa forma um certo embaraço na escolha adequada das formas de solução que respondesse aos problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A intenção desta pesquisa foi de examinar e analisar o desempenho, as formas de solução e as relações com a leitura e interpretação como base para a resolução dos problemas. Ler e interpretar um problema com propriedade tem sido uma característica dos alunos que, atualmente no Brasil, mais os professores sentem falta. Em torno dessa questão se instalou uma polêmica relativa à necessidade de ampliar os espaços de leitura na escola.

A presente pesquisa mostrou que os alunos leram os problemas e identificaram todas as palavras citadas nos mesmos, porém apresentaram dificuldades em escolher as operações que melhor os resolvessem, principalmente quando se tratou dos problemas de comparação de estados, em que encontramos o menor desempenho desses alunos. No entanto nos problemas de transformação de estados e composição de duas transformações a grande maioria dos alunos apresentou menos dificuldades para interpretar as relações que estavam postas nos problemas, tendo sido verificado um bom desempenho nos mesmos.

Diante dessas observações vemos que não podemos desconsiderar a importância da participação das outras disciplinas em auxiliar a língua materna nessa grande tarefa, que é a de proporcionar ao aluno o hábito da leitura. Souza e Guedes (2006) afirmam que ler e escrever são tarefas da escola, questões para todas as áreas, uma vez que, são habilidades indispensáveis para a formação de um estudante. Os mesmos autores ainda enfatizam que:

> Isso é tarefa do professor de português? É. É tarefa do professor de história, de geografia, de ciências, de artes, de educação física, de matemática... É. É tarefa da escola: a escola – os professores reunidos na mais básica das atividades interdisciplinares – vai reservar alguns períodos da semana para que os alunos se dediquem, em suas salas de aula, à leitura [...] (Souza e Guedes, 2006, p.17).

A escola é responsável pela formação, no aluno, do hábito de ler e escrever e cabe à escola criar formas e mecanismos para estabelecer esse aprendizado de forma eficiente e satisfatória. Ao professor cabe a tarefa de fazer a apresentação do que o aluno irá ler em forma de: textos, livros, figuras, jornais ou qualquer material que traga interesse e que os auxilie na interpretação dessa leitura, estabelecendo assim um entendimento com significado. Neves *et al* (2006, p.13) afirmam que:

> A escola é aqui unanimemente responsabilizada pela tarefa de levar o aluno a atrever-se a errar; a construir suas próprias hipóteses a respeito do sentido do que lê e assumir pontos de vista próprios para escrever a respeito do que vê, do que sente, do que viveu, do que leu, do que ouviu em aula, do que viu no mundo lá fora, promovendo em seus textos um diálogo entre vida e escola, entre a disciplina e o mundo.

Diante dessa responsabilidade da escola em levar o aluno a adquirir a autonomia na leitura, temos presenciado freqüentemente o elevado índice de resultados desfavoráveis, quanto à leitura e interpretação nas diversas áreas de conhecimento, principalmente quando se trata da interpretação dos textos dos problemas matemáticos.

Temos a clareza da importância da matemática enquanto ciência que desenvolve um grande avanço tecnológico e estabelece relações com o mundo das informações. Porém, sabemos da grande dificuldade que essa área do conhecimento oferece aos alunos como disciplina escolar. Vemos que esta disciplina sofre certa rejeição por grande parte dos nossos educandos e é responsável por um alto índice de reprovação escolar. Nessa direção Carrasco (2006, p.193) afirma que:

> [...] as dificuldades com a matemática residem, principalmente, no desconhecimento dos limites da matemática, na incompreensão das relações que se estabelecem entre a matemática e as outras áreas de conhecimento e na impossibilidade de ler e escrever matemática.

Essas dificuldades na interpretação encontradas pelos alunos, na leitura dos textos matemáticos, estão associadas à falta de um trabalho que seja orientado para que o aluno tenha uma clareza dos textos dos problemas, que normalmente apresentam termos que para algumas faixas etárias ainda são estranhas ao seu cotidiano. Nessa direção Smole e Diniz (2001, p. 72) afirmam que:

> Para que tais dificuldades sejam superadas, e para que não surjam dificuldades, é preciso alguns cuidados desde o início da escolarização, ou seja, desde o período da alfabetização. Cuidados com a leitura que o professor faz do problema, cuidados em propor tarefas específicas de interpretação do texto de problemas, enfim um projeto de intervenções didáticas destinadas exclusivamente a levar os alunos a lerem problemas de matemática com autonomia e compreensão.

Sabendo das dificuldades apresentadas na leitura dos problemas de matemática, vemos que é importante para o aluno que, ao tentar resolver um problema tenha uma compreensão das relações e dos termos matemáticos que o envolve e que ele trace algumas estratégias que possam auxiliá-lo no desenvolvimento do problema.

A esse respeito Brito (2001, p. 21), diz que:

> A partir do momento que o indivíduo compreende o enunciado verbal do problema que está buscando solucionar, ele penetra na estrutura matemática do mesmo e, a partir daí elabora uma representação. Nesse momento, é

> formado o espaço de solução do problema. O espaço de solução de um problema refere-se ao conjunto de todas as operações possíveis a partir do estado inicial do problema, buscando encontrar uma ou mais soluções, o estado final desejado. E as operações que o sujeito realiza sobre as informações obtidas no enunciado do problema dependem das estratégias, utilizadas pelo sujeito, na busca de soluções.

Desse modo para que o aluno resolva um problema, deverá apresentar um bom relacionamento com a linguagem matemática colocada no texto, entendidas aqui como meio necessário para alcançar uma interpretação que o leve à forma de solução adequada para cada problema.

Onuchic e Allevato (2004, p. 234) afirmam que ensinar com problemas não é uma tarefa fácil, porém indica algumas razões para que empreendamos esse esforço:

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre idéias e sobre o "dar sentido".
- Resolução de Problemas desenvolve o "poder matemático".
- Resolução de Problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido.
- Resolução de Problemas provê dados de avaliação contínua que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudar os alunos a ter sucesso e informar os pais.
- É gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar do modo "ensinar dizendo". A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos através de seu próprio raciocínio vale todo o esforço e, é divertido, também para os alunos.
- A formalização de toda a teoria Matemática pertinente a cada tópico construído, dentro de um programa assumido, feita pelo professor no final da atividade, faz mais sentido para os alunos.

Para o sucesso dessas razões indicadas por Onuchic e Allevato (2004) é necessário que haja um redimensionamento nas práticas dos professores em sala de aula. Ali todo o material voltado para resolução de problemas deve passar por um planejamento cuidadoso. Nesse caso as características daquele professor que antes repassava o conteúdo, agora será de um mediador que:

> Ao promover confrontação das propostas dos alunos, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. Ele também decide se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é o momento de elaborar uma síntese, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento (Brasil, 1997, p.31).

Dentro dessa visão de um “professor mediador”, devemos considerar que é necessário haver uma grande comunicação entre as partes (aluno e professor). Não basta a imposição do professor em querer repassar conteúdos como foi a prática de muitos anos do ensino da matemática.

Vila e Callejo (2006) apontam que para haver um ambiente de aprendizagem devemos ter uma formação adequada dos professores, em que estes possam estabelecer atitudes e crenças. Para isso o professor deverá propor problemas em que haja um movimento de gradativo acesso a uma seleção deles para que o trabalho com problemas não gere frustrações, de forma que mesmo assim possam ser encarados como desafio, “valorizando as exposições de idéias, a argumentação e o espírito crítico; fomentando-se o trabalho em grupo, a comunicação de idéias, o contraste e o diálogo” (Vila e Callejo, 2006, p. 30). Dessa forma o professor poderá oferecer condições para que o aluno encontre situações adequadas que favoreçam a aprendizagem.

Cândido (2001) mostra que pesquisas recentes afirmam que, em todos os níveis, os estudantes devem aprender a se comunicar matematicamente e que os professores devem estimular o espírito de questionamento e levar os seus alunos a pensarem e comunicarem idéias.

Presenciamos, nas aulas de matemática, a tendência pela pouca comunicação, causada, talvez, pela linguagem matemática e pela grande quantidade de exercícios desenvolvidos individualmente e comumente realizados em silêncio, o que contribui e muito para a ausência da comunicação entre os alunos.

A comunicação nas aulas de matemática poderia ser favorecida, conforme Vila e Callejo (2006, p. 143), “com a introdução de um vocabulário básico que permitisse falar de forma precisa, clara e correta sobre aspectos não apenas próprios dos conhecimentos matemáticos, como também da atividade matemática e dos aspectos afetivos que envolvem”. Essa prática teria uma importância fundamental para a socialização das noções matemáticas, evitando assim juízos rápidos sobre um conhecimento que por meio de sucessivas observações que pede algumas generalizações.

Além da preocupação com um novo modelo de planejamento, visando à garantia da comunicação, o professor também deverá preocupar-se com os tipos de problemas matemáticos que não sejam tão convencionais, ou seja, problemas que tragam em seu contexto uma problematização, e que sejam introduzidos gradativamente conforme o seu grau de dificuldade. Nessa direção Smole e Diniz (2001, p, 90) afirmam que:

> Quando adotamos os problemas convencionais como único material para o trabalho com Resolução de Problemas na escola, podemos levar o aluno a uma postura de fragilidade e insegurança diante de situações que exijam algum desafio maior. Ao se deparar com um problema no qual não identifica o modelo a ser seguido, só lhe resta desistir ou esperar a resposta de um colega ou do professor. Muitas vezes, ele resolverá o problema mecanicamente, sem ter entendido o que faz e sem confiar na resposta obtida, sendo incapaz de verificar se a resposta é ou não adequada aos dados apresentados ou à pergunta feita no enunciado.

Smole e Diniz (2001, p. 92) ainda afirmam que a resolução de problemas convencionais cobra apenas duas ações dos alunos: “propor situações-problema e resolver as situações propostas”.

É uma metodologia que leva os alunos a aplicar técnicas, algoritmos e fórmulas para atingir uma resposta, que normalmente não é avaliada.

Dessa forma não oportuniza a possibilidade de investigar, questionar dando margens à curiosidade natural dos alunos. Nessa direção, Smole e Diniz (2001, p. 95) sugerem que:

> A partir da associação entre a perspectiva metodológica de Resolução de Problemas e a comunicação, podemos verificar que o aluno, enquanto resolve situações-problema, aprende matemática, desenvolve procedimentos e modos de pensar, desenvolve habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em matemática e nas áreas do conhecimento envolvidas nas situações propostas. Simultaneamente, adquire confiança em seu modo de pensar e autonomia para investigar e resolver problemas.

Por meio da comunicação, podemos chegar às informações, aos conceitos e às representações que são utilizadas pelas pessoas. É pela comunicação que a criança consegue estabelecer as conexões entre suas concepções naturais e o novo conceito que está aprendendo.

Para uma aprendizagem significativa, os professores devem proporcionar situações e ações que despertem nos alunos o interesse e a curiosidade diante das propostas de um ensino de matemática carregado de significados. Nessas propostas devemos lembrar que matemática não se faz somente com a apresentação de conteúdos numéricos, mas também com a presença da geometria, das medidas e das noções de estatística, que estão diretamente relacionadas com as questões do seu cotidiano.

Constatamos muitas vezes que nossos alunos não conseguem associar as relações matemáticas da vida cotidiana com os conhecimentos da vida escolar. Nessa direção Granell (1998, p. 24), constatou a partir de numerosos estudos que:

> 1. A capacidade de resolver problemas da vida cotidiana não se relaciona com a capacidade de resolver problemas de raciocínio formal ou problemas de tipo escolar ou acadêmico.
> 2. Pessoas com nível de escolarização reduzido são capazes de criar seus próprios procedimentos, em geral muito distanciados dos que aprendem na escola, para resolver os problemas formulados por sua realidade cotidiana.
>
> Assim, é evidente que *certo tipo de conhecimento matemático* pode ser desenvolvido fora da escola e à margem da instrução formal, em contextos sociais e por meio de práticas culturais.

Verificamos que na prática escolar os problemas apresentados aos nossos alunos estão afastados da sua realidade e dessa forma constatamos, a cada dia, o crescente distanciamento dos conteúdos matemáticos em relação à vida cotidiana.

Granell (1998, p. 26) afirma que os problemas escolares têm características muito diferentes dos “dilemas” reais. Se analisarmos qualquer um dos múltiplos exemplos da vida cotidiana citada em que a matemática intervém, observaremos que, em geral, tem as seguintes características:

1. O problema é reconhecido e definido pelo próprio sujeito.
2. O problema está socialmente contextualizado.
3. Ainda que a solução do problema envolva uma atividade matemática, sua finalidade não é aprender matemática nem construir conhecimento matemático.
4. O problema tem uma finalidade prática.
5. Há um alto nível de envolvimento e interesse pessoal, dado pelo contexto social da atividade.
6. A definição do problema não é definitiva logo no início. Vai sendo construída à medida que a atividade avança.
7. As soluções podem ser diversas e não necessariamente exatas.
8. Não há um método adequado ou canônico para obter a solução, mas diversos métodos que podem ser inventados pelo sujeito.
9. O sujeito não está consciente de que realiza uma atividade matemática. O conhecimento matemático não está explícito.
10. A solução é condicionada ou influenciada pela experiência pessoal.

Muitos dos problemas que os alunos enfrentam na escola têm relação direta com uma aprendizagem não voltada a sua prática cotidiana. Como afirma Granell (1998, p. 28), ao contrário dos problemas cotidianos, os problemas escolares estão mais orientados para o aprendizado de um método de resolução ou para a aplicação de um algoritmo do que para a solução; “estão bem definidos; têm apenas um método de resolução e apenas um resultado; estão descontextualizados da experiência direta porque não têm conseqüências práticas para a vida do sujeito; incentivam a descontextualização e o não envolvimento pessoal”.

Incorporando aos contextos do cotidiano das crianças, às suas experiências e a linguagem natural que já possuem, procurando entender seu modo de pensar, quais os seus conhecimentos de mundo; a escola pode orientá-las para que avancem nas noções matemáticas, sem desconsiderar o que o aluno parece saber. Em outras palavras, quanto mais nos aproximamos dos conhecimentos da criança, possibilitando que ela possa falar, refletir e representar suas idéias, mais próxima estará sua compreensão dos contextos matemáticos.

Nessa proposta da comunicação nas aulas de matemática, é muito provável que se desenvolvam nas crianças maneiras de: refinar seus pensamentos, melhorar seu entendimento e adequar o conhecimento à linguagem matemática. Nessa direção podemos associar à língua materna um importante papel na relação com a matemática. É por meio dela que podemos ler, interpretar e comentar um determinado texto com precisão ou aproximação. Esse elo é fundamental, pois é na língua materna que a matemática se apóia para melhor esclarecer seus enunciados e suas deduções.

Dentro da comunicação podemos também utilizar a oralidade, uma vez que a matemática utiliza freqüentemente a escrita como seu principal recurso. Desse modo deixa muitas vezes de oportunizar momentos para que os alunos expressem suas idéias ou dificuldades. Para Cândido (2001, p.17):

> Parece-nos que a tarefa dos professores em relação à linguagem matemática deve desdobrar-se em duas direções. Em primeiro lugar, na direção do trabalho sobre os processos de escrita e representação, sobre a elaboração dos símbolos, sobre o esclarecimento quanto às regras que tornam certas formas de escrita legítimas e outras inadequadas. Em segundo, em direção ao trabalho sobre o desenvolvimento de

> habilidades de raciocínio que, para as crianças, se inicia com o apoio da linguagem oral e vai, com o tempo, incorporando textos e representações mais elaboradas.

Outra forma de comunicação dentro das aulas de matemática, que podemos utilizar são as representações: por meio de gráficos, tabelas, figuras geométricas e principalmente por desenhos, já que esse é um recurso que quase todas as crianças gostam de utilizar, fazendo-o com dedicação e prazer. Conforme Cavalcanti (2001, p. 128), "quando desenham elas explicitam mais facilmente os significados presentes no texto – palavras, cenas, informações, operações, etc. – e assim constroem uma representação mental dos mesmos".

A expressão oral da matemática, ou a representação através do desenho possibilita ao aluno a oportunidade de refletir sobre a atividade desenvolvida. Por meio do desenho, a criança conseguirá construir um significado mais sólido para as novas idéias e conceitos que terá contato durante sua vida escolar.

Para complementar esses recursos nas aulas de matemática, podemos ainda dispor da escrita de textos que tratam dos assuntos expostos pelo professor. Porém, devemos lembrar que muitas vezes o aluno terá certa dificuldade em se expressar, principalmente pelo fato de que a matemática tem uma linguagem específica. Mas o professor poderá encorajar os alunos a fazê-lo e aos poucos irão adequando essa linguagem nas discussões da sala de aula. Cândido (2001, p.23) diz que: "a escrita em matemática seria uma forma mais sofisticada da escrita, uma vez que a idéia implícita na elaboração e na sistematização da linguagem matemática é que ela seja mais concisa e precisa que a linguagem usual no sentido de eliminar qualquer possibilidade de dubiedade em sua interpretação".

Ao escrever o aluno poderá registrar seus entendimentos ou a ausência dele, fazendo com que o professor possa interferir e orientá-lo de forma adequada para uma melhor compreensão daquele conteúdo ministrado.

Na sala de aula o professor poderá criar um ambiente que favoreça a troca de pontos de vista entre os alunos, propondo atividades que possam favorecer discussões, produções e outras formas de representações que gerem a participação do maior número possível de alunos, para que assim consigam observar e tirar conclusões através da troca de experiências entre esses grupos.

É importante nesse momento a observação do professor para que, na medida do possível, possa interceder e fazer as análises do nível da discussão e do nível do entendimento alcançado pelos alunos. Cabe ao professor, o importante papel de analisar as concepções e as incompreensões das crianças. Esse trabalho não será de tomar decisões ou resolver os problemas de forma individual e, sim, de manter o diálogo e coordenar as ações com o grupo.

Para que essas formas de comunicação, nas aulas de matemática, apresentem resultados satisfatórios devemos pensar em adequar, para os alunos, momentos de contatos com leituras apropriadas que apresentem termos matemáticos e relações que possam facilitar uma melhor interpretação dos textos e uma maior familiaridade com a linguagem matemática, que tantas dificuldades tem apresentado dentro das propostas educacionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAM, J. M. (1985) Reflexion lingüstique sur les types de textes et de compétences em lecture. L'orientation scolaire et professionnelle, 14, 4, p. 293 – 304.

ARAÚJO, C.H. e LUZIO, N. (2004). O ensino da Matemática na Educação Básica. Inep/MEC.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRITO, Márcia Regina F. *O"pensar em voz alta"como uma técnica de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática*. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. 2001, Curitiba, PR. Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática (Trabalhos Completos).

BRONCKART, J. P. (1979). Pour une méthode d'analyse de textes. Bruxelles: Presses Universitaires de Bruxelles.

BRUNER, J. *Piaget e Vigotsky. Celebremos a divergência.* In: HOUDÉ, Olivier e MELJAC Claire. *O espírito piagetiano: homenagem internacional à Jean Piaget* / organizado por Olivier Houdé e Claire Meljac; trad. Vanise Dresch – Porto Alegre: Artmed, 2002.

CÂNDIDO, Patrícia T.. *Comunicação em Matemática.* In: SMOLE, Kátia S. e DINIZ, Maria I. Ler, Escrever e Resolver Problemas: Habilidades Básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CARNOY, M., GOVE, A. K., MARSHALL, J. H. *As razões das diferenças de desempenho acadêmico na América Latina: dados qualitativos do Brasil, Chile e Cuba*. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, 84.

CARRASCO, Lucia H. M. Leitura e escrita na matemática. In: NEVES, Iara C. B. *et al*. (Orgs.) *Ler e escrever: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora UFRGS, 2006*

CAVAVALCANTI, Claudia T. Diferentes formas de resolver problemas. . In: SMOLE, Kátia S. e DINIZ, Maria I. Ler, Escrever e Resolver Problemas: Habilidades Básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

COLOMER, T. O *ensino e a aprendizagem da compreensão Leitora*. In: PÉREZ, F.C & colaboradores. Ensinar ou Aprender a Ler e a Escrever? Trad. Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

COOPER, J. D. (1990). *Como mejorar la comprensión lectora.Madrid: Aprendizaje/Visor/MEC.*

CORRÊA, Roseli de Alvarenga. Linguagem Matemática, meio de comunicação e Educação Matemática. In: NACARATO, Adair M. *et al. (Orgs.)*. Escritas e Leituras na Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

DAMBRÓSIO, D' U. educação matemática: uma visão do estado da arte. PROPOSIÇÕES, Campinas: UNICAMP, v. 4, 1993.

DOBRÁNSZKY *apud STOUT, J (1982 p. 7).*

_______ *apud HIRSCH Jr., E.D. (1985 p. 4)*

ERNEST, P. Los Valores y la imagen de las matemáticas: uma perspectiva filosófica. *Uno Revista de Didáctica de lãs matemáticas*. Espanha, n. 23, enero 2000.

FREIRE, Paulo. *A importância do ato de ler: em três artigos que se completam.* São Paulo: Autores Associados: Cortez, 1987.

GIOVANNI, José Ruy e CASTRUCCI, Benedito. A Conquista da Matemática: Teoria, Aplicação: 6ª série. São Paulo: FTD, 1985.

GIOVANNI, José Ruy, JUNIOR, José Ruy Giovanni: *Viva Vida Matemática*: 4ª série. São Paulo: FTD, 1994.

GOODMAN, Kennet S. O processo de leitura: considerações a respeito das línguas e do desenvolvimento. In: __ *Os processos de leitura e escrita: Novas perspectivas/* comp. Emília Ferreiro, Margarita Gómez Palácio. Trad. Luiza Maria Silveira. Porto Alegre: Artes Médicas, 1987, 276 p.

GRANELL, Carmen Gómez. *Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática. In: RODRIGO, M. J. e ARANAY, José. Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores.* São Paulo: Editora Ática, 1998.

GUEDES, Paulo Coimbra e SOUZA, Jane Mari de. Leitura e escrita são tarefas da escola e não só do professor de português. In: NEVES, Iara C.B. *et al. (Orgs). Ler e escrever compromisso de todas as áreas*. Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 2006.

IEZZI, Gelson, Dolce, O., Machado, A. *Matemática*: 4ª série. São Paulo: Atual, 1992.

KLEIMAN, Ângela. *Texto e Leitor: Aspectos Cognitivos da Leitura. 6ª edição – Campinas, São Paulo: Pontes, 1999.*

KLÜSENER, Renita. Ler, escrever e compreender a matemática ao invés de tropeçar nos símbolos, In: NEVES, Iara C.B. *et al. (Orgs). Ler e escrever compromisso de todas as áreas*. Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 2006.

MACHADO, N. J. Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1990.

MAZZOTTI, Alda Judith Alves, GEWANDSZNAJDER, Fernando. *O método nas ciências naturais e sociais:* Pesquisa quantitativa e qualitativa. 2. ed. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

NASPOLINI, Ana Tereza. *Didática de português: Tijolo por tijolo: Leitura e produção escrita. São Paulo: FTD, 1996.*

NUNES, T. & BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática. Porto Alegre: Artes médicas, 1997.*

OLIVEIRA, Maria Marly de. *Como fazer pesquisa qualitativa.* 2 ed. Recife: Ed. Bagaço, 2005.

ONUCHIC, de la R. E*nsino – Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.).* Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários & Debates).

_____ e AVELLATO, N. S. G. *Novas reflexões sobre o ensino–aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.* In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org). Educação Matemática - pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

NEVES, Iara C.B.*et al* (Orgs). Ler e escrever compromisso de todas as áreas. 7.ed. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. *Representações, interpretações e prática pedagógica:* A Geometria na sala de aula. 2000. 348f. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas.

POZO, J. I. *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Trad. Beatriz Affonso Neves – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SMITH, Frank. *Leitura significativa.* Trad. Beatriz Affonso Neves. – 3. Ed. – Porto Alegre: Artes Médicas Sul Ltda., 1999.

SMOLE, Kátia Stocco e DINIZ, Maria Ignez. *Ler, Escrever e resolver problemas: habilidades para aprender matemática.* Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

SOLÉ, Isabel. *Estratégias de leitura.* Trad. Cláudia Schilling – 6. ed. – Porto Alegre: Artmed, 1998.

TEBEROSKY, A. e TOLCHINSKY L. (org.). *Além da Alfabetização. A aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática.* São Paulo: Ática, 1997.

HOUDÉ, Olivier e MELJAC Claire. *O espírito piagetiano: homenagem internacional à Jean Piaget* / organizado por Olivier Houdé e Claire Meljac; trad. Vanise Dresch – Porto Alegre: Artmed, 2002.

VAN DIJK, T. A. (1983) *La ciência Del texto*. Barcelona: Paidós (ed. Original, 1978)

VERGNAUD, G. *Psicologia cognitiva e do desenvolvimento e pesquisas em educação matemática: algumas questões teóricas e metodológicas*. Trad. De Weiss, J. Apresentação concedida para o grupo Canadense de Estudos em Educação Matemática na Queen 'se University, Kingston, jun, 1982.

_______. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T. Moser, J. & Romberg, T. (1982).

________. Conceitos e esquemas numa teoria operatória da representação. Trad. De Franchi, A., Carvalho, D. L. *Psychologie Française, n 30 - 3/4, p. 245 – 52, nov. 1985.*

________. Teoria dos Campos Conceituais. Trad (?) Recherches em Didactique des Mathematiques. 1990.

_________. *A apropriação do conceito de número: um processo de muito fôlego. Trad. De* Fávero, 1991.

_________. *A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.* 1996.

_________. *Algunas ideas fundamentales de Piaget em torno a la didáctica. Perspectivas. 1996 c.*

_________. *Le Moniteur de Mathématique.* Paris: Éditions Nathan, 1997.

_________. *A comprehensive theory of representation for mathematics education. Journal of Mathematical Behavior, 1998.*

VILA, Antoni. *Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas/* Antoni Vila, Maria Luz Callejo; tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ANEXOS

Anexo 1 – Roteiro de entrevista.

2) Leia o problema. A leitura poderá ser silenciosa ou em voz alta.

3) Você entendeu o problema?

4) É necessário ler novamente?

5) Da leitura feita, existem palavras que você não entendeu?

6) Quais?

7) Do que entendeu, você poderia desenhar ou escrever o que o problema está contando?

8) Explica para mim o significado do que você desenhou.

9) Explica para mim o significado do que você escreveu.

10) Você saberia me dizer qual (s) operação (s) poderia utilizar para resolver esse problema?

11) Indique a sentença matemática para depois resolver o problema.

12) Você achou o problema difícil?

13) Qual foi sua maior dificuldade?

Anexo 2 - Problemas utilizados na Pesquisa.

01) Rogério tinha 218 figurinhas. Jogando com Pedro, perdeu 74. A seguir jogando com Francisco, Rogério ganhou 87 figurinhas. Com quantas figurinhas ele ficou após jogar com Pedro e Francisco?

2) Durante o ano passado, usei cadernos de 100 folhas para Matemática, Ciências e Estudos Sociais. Do caderno de Matemática, usei 84 folhas, do de Ciências usei 76 folhas e do de Estudos Sociais, 65 folhas. Quantas folhas sobraram, no total?

3) Eu tenho 165 cm de altura, meu irmão é 17 cm mais alto que eu. Se eu crescer 15 cm nos próximos anos, quem será mais alto eu ou meu irmão? Quantos centímetros a mais?

4) Ademir é 5 anos mais velho do que Carina e é 6 anos mais novo do que Josemar. Josemar tem 18 anos. Qual é a idade de Carina?

05) Um ônibus chegou a um ponto com 45 passageiros. Desceram 13 passageiros e subiram 8. Depois de algum tempo de viagem parou novamente e nessa parada desceram 3 passageiros e subiram 12. Com quantos passageiros o ônibus chegou ao final da viagem?

06) Para fazer uma ligação elétrica, Juca comprou, inicialmente, 72 metros de fio. Como essa quantidade foi insuficiente, ele comprou mais 38 metros do mesmo fio. Sabendo-se que ele usou 95 metros de fio para fazer a ligação, quantos metros de fio restaram?